



**Exercice n° 3 : (10points)**

Soit ABC un triangle tel que  $AC=4$  ,  $AB=6$  ;  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  et I le milieu de [BC]

- 1). a). Montrer que  $BC=2\sqrt{7}$ .  
b). Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$  en déduire que  $AI = \sqrt{19}$
- 2). Soit  $\ell = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 + MC^2 = 52\}$ 
  - a). Montrer que  $A \in \ell$  .
  - b). déterminer puis construire  $\ell$ .
- 3). Soit  $\ell' = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 2\}$  et J le milieu de [AC].
  - a). déterminer puis construire  $\ell'$ .
  - b). Vérifier que  $J \in \ell'$  .
  - c). Déterminer la valeur de  $\overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC}$  .
- 4). a). Calculer JB en déduire la nature du triangle JBC.  
b). Calculer  $\cos(\widehat{BJC})$  en déduire une valeur approchée en degré ;  
à  $10^{-1}$  près ; de l'angle  $\widehat{BJC}$ .

**BON TRAVAIL**

Exercice n° 1 :

- 1). c 2). b 3). c 4). a .

Exercice n° 2 :

- 1). a). Vrai b). Vrai c). Faux .

- 2). a).
- $f(0) = -0,7$
- ;
- $f(-1) = 0$
- et
- $f(1) = 0$
- .

b).  $f(x) = 0$  signifie  $x \in \{-1 ; 1\}$  ;  $f(x) \leq 0$  signifie  $x \in [-1 ; 1]$ .c).  $f$  est décroissante sur  $]-\infty ; 0]$  et croissante sur  $[0 ; +\infty [$  .

- 3).
- $f([-1 ; 1]) = [-0,7 ; 0]$
- .

Exercice n° 3 :Soit ABC un triangle tel que  $AC=4$  ,  $AB=6$  ;  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  et I le milieu de [BC]

- 1). a). On applique théorème d'EL-KASHI au triangle ABC on obtient :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{BAC}) = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28 \text{ donc } BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

$$\text{b). i). On a } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12. \text{ AI} = \sqrt{19}$$

ii). On applique théorème de la médiane au triangle ABC on obtient :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4} \text{ signifie } AI^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{BC^2}{4} = 12 + 7 = 19 \text{ signifie } AI = \sqrt{19} .$$

- 2). a). On a
- $AB^2 + AC^2 = 36 + 16 = 52$
- donc
- $A \in \ell$
- .

$$\text{b). On a } MB^2 + MC^2 = 52 \text{ signifie } 2IM^2 + \frac{BC^2}{2} = 52 \text{ signifie } IM^2 = \frac{52 - \frac{BC^2}{2}}{2} = 19$$

signifie  $IM = \sqrt{19} = IA$  signifie  $\ell$  est le cercle de centre I et de rayon IA.

- 3). a).
- $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 2$
- signifie
- $IM^2 - IB^2 = 2$
- signifie
- $IM^2 = IB^2 + 2 = 7 + 2 = 9$
- signifie
- $IM = 3$
- signifie
- $\ell'$
- est le cercle de centre I et de rayon 3.

$$\text{b). Dans le triangle CAB on a } I = C \cdot B \text{ et } J = C \cdot A \text{ donc } IJ = \frac{AB}{2} = 3 \text{ donc } J \in \ell'.$$

$$\text{c). On a } J \in \ell' \text{ donc } \overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC} = 2.$$

- 4). a). i). On applique théorème d'EL-KASHI au triangle ABJ on obtient :

$$BJ^2 = AB^2 + AJ^2 - 2AB \cdot AJ \cdot \cos(\widehat{BAJ}) = 36 + 4 - 2 \times 6 \times 2 \times \frac{1}{2} = 28 \text{ donc } BJ = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

ii). On a  $BJ = BC$  donc BJC est un triangle isocèle de sommet principal B.

$$\text{b). i). On a } \overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC} = 2 \text{ signifie } JB \times JC \times \cos(\widehat{BJC}) \text{ signifie } \cos(\widehat{BJC}) = \frac{\overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC}}{JB \times JC} = \frac{2}{2\sqrt{7}} .$$

$$\text{ii). } \widehat{BJC} \approx 79,1^\circ .$$

**BON TRAVAIL**