

PROF : Mr GARY	SERIE :N°5	Niveau : 2 ^{ème} science et info
Lycée :	SUITES REELLES	Année : 2010 /2011

EXERCICE: 1

(U_n) est une suite arithmétique de premier terme U_0 est de raison r .

- 1- sachant que : $r = \frac{3}{2}$ et de $U_4 = \frac{13}{2}$ calculer U_0 et U_{11} .
- 2- sachant que : $U_6 = 1$ et $U_{12} = -1$ calculer r .
- 3- sachant que : $U_2 = 4$ et $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_7 = 68$ calculer r et U_0 .

EXERCICE: 2

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{9-2U_n}{4-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1- Calculer U_1 et U_2 . En déduire que la suite (U_n) n'est pas une suite arithmétique.
- 2- On suppose que $U_n \neq 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par: $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 3}$.
 - a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $v_n = 1 - \frac{1}{3 - U_n}$.
 - b) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison (-1) . préciser son premier terme.
 - c) Exprimer v_n puis U_n en fonction de n .
 - d) calculer la somme $S = v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_{15}$
 - e) Calculer $S = \frac{1}{3 - U_0} + \frac{1}{3 - U_1} + \dots + \frac{1}{3 - U_n}$ en fonction de n .

EXERCICE: 3

On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 3n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1- Calculer U_0 , U_1 et U_2 .
- 2- calculer le 5^{ème} terme de la suite (U_n) .
- 3- Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera sa raison.

EXERCICE: 4

-1- Soit W une suite géométrique de premier terme W_0 et de raison r .

Sachant que $W_3 = 24$ et $W_6 = -192$

- a) calculer la raison r et le premier terme W_0 .

b) Déterminer le terme général de W en déduire W_8 .

-2- On considère la suite (U) définie par $U_0 = \sqrt{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} = \sqrt{U_n^2 + 2}$.

a) Calculer U_1 et U_2 .

b) Montrer que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

-3- Soit la suite V définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n^2$.

a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer V_n en fonction de n . Déduire le terme général de U .

c) Calculer $S = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_{10}^2$

EXERCICE: 5

On considère la suite (U_n) définie par . $U_n = 2n - 6$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

-1- Calculer U_0 ; U_1 ; U_2 et U_3 .

-2- Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera sa raison .

-3- Calculer $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. en fonction de n .

-4- Calculer $S' = 0 + 2 + 4 + 6 + \dots + 54$. vérifier que S' est la somme des termes consécutifs de la suite (U_n) et calculer S' .

EXERCICE: 6

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = a \\ U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n} \end{cases}$$

-1- a) Calculer U_1 et U_2 .

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique .

-2- on suppose que pour tout n de \mathbb{N} $U_n \neq 2$. Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer V_n en fonction de n . Déduire le terme général de (U_n) .

c) On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n+1} V_i$; calculer S_n en fonction de n .

EXERCICE: 7

Soit la suite U définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = -2U_n + 1 \end{cases}$

Soit la suite (V_n) définie sur IN $V_n = 3 U_n - 1$

- 1- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme .
- 2- calculer la somme $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_6$

EXERCICE: 8

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $U_n = 2n^2 + 2n$.

-1- a) Calculer $U_0 ; U_1$ et U_2 .

b) Montrer que la suite (U_n) n'est pas une suite arithmétique .

-2- soit la suite (V_n) définie par $V_n = \frac{U_n}{n+1} + 3$.

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 2 .

b) Calculer $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. en fonction de n .

-3- $S' = 7 + \dots + 97 + 99$.

Verifier que S' est la somme des termes consécutifs de la suite V_n et calculer S' .

EXERCICE: 9

(U_n) est une suite arithmétique définie sur IN par $U_0 = 1$ et $U_1 = 3$.

-1- calculer la raison r de cette suite puis exprimer U_n à l'aide de n .

-2- soit la somme $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

a) calculer S_n en fonction de n .

b) Déterminer l'entier n pour lequel $S_n = - 80$.

EXERCICE: 10

(U_n) est une suite définie sur IN telle que : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2^n - \frac{1}{2}$.

-1- a) Exprimer S_{n+1} à l'aide de n .En déduire U_n en fonction de n .

b) Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison q = 2 .

-2- soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_{2n+1}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 4 .

b) Soit $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$. Déterminer n pour que $T_n = 45$.

EXERCICE: 11

-1- soit (U_n) une suite géométrique définie par : $U_2 = 4$ et $U_5 = 32$

a) Calculer la raison q de cette suite et le premier terme U_0 .

b) Déterminer le terme général de (U_n) .

c) Calculer $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ (avec $n > 0$) . en fonction de n .

-2- On considère la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n + (3n + 1)$.

a) calculer v_0 , v_1 et v_2 .

b) En déduire que (V_n) n'est pas une suite arithmétique, ni géométrique.

-3- Soit la somme $S'_n = \sum_{i=0}^{n-1} V_i$ (avec $n \geq 1$) .

a) calculer S'_n en fonction de n .

b) Déduire de la question précédent (a) la valeur de $S = v_2 + v_3 + \dots + v_7$.

-4- Calculer les sommes suivantes .

a) $X = 4 + 8 + 16 + \dots + 512 + 1024$

b) $Y = 4 + 7 + 10 + \dots + 58 + 61$

EXERCICE: 12

-1- soit (U_n) une suite arithmétique telle que : $U_8 = 41$ et $U_5 = 11$.

Déterminer la raison r et le premier terme U_0 .

-2- (U_n) une suite arithmétique telle que : $U_2 = 5$ et $U_1 + U_2 + \dots + U_7 = 56$

Déterminer U_0 et la raison r .

EXERCICE: 13

Soit la suite U définie sur \mathbb{N}^* par : $U_0 = 2$ et $U_1 = 3$ et $3U_{n+1} = 4U_n - U_{n-1}$.

-1- Calculer U_2 et U_3 .

-2- Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n - U_{n+1}$.

a) Calculer V_1 et V_2 .

b) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

-3- a) Exprimer de deux façons $S_n = \sum_{i=0}^{n-1} V_i$ en fonction de n.

b) En déduire V_n et U_n en fonction de n.

EXERCICE: 14

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$.

-1-a) Calculer U_1 et U_2 .

b) U est-elle une suite arithmétique.

-2- Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$.

a) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer V_n et U_n en fonction de n.

c) On pose $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$; calculer S_n en fonction de n.

EXERCICE: 15

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 1$ et $U_n = \frac{-7U_{n-1} - 8}{2U_{n-1}}$.

-1- a) Calculer U_1 et U_2 .

b) Montrer que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

-2- Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$.

-3- a) Montrer que V est une suite géométrique.

b) Exprimer V_n en fonction de n.

c) En déduire U_n en fonction de n.

-4- On pose $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$; calculer S_n en fonction de n.

EXERCICE: 16

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 0$; $U_1 = 1$ et $U_{n+2} = \frac{1}{2}U_{n+1} + \frac{1}{2}U_n$.

-1- a) Calculer U_1 et U_2 .

b) Montrer que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

-2- Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_{n+1} - U_n$.

a) Montrer que V est une suite géométrique.

b) Exprimer V_n en fonction de n.

-3- a) Calculer $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$.

b) En déduire que $U_n = \frac{2}{3}(1 - V_n)$.

c) Montrer que : $\sum_{i=0}^n U_i$.

EXERCICE: 17

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = a$ et $U_{n+1} = \frac{2+3U_n}{2+U_n}$ et $a > 0$.

-1- Déterminer a pour que U soit une suite constante.

-2- Pour $U_0 \neq 2$ on désigne par V une suite géométrique définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{-2+U_n}{1+U_n}$.

a) Exprimer V_n en fonction de n.

b) En déduire U_n en fonction de n.

EXERCICE: 18

Soit les suites U et V définies sur \mathbb{N} par : $U_n = 2n - 1$ et $V_0 = 1$; $V_{n+1} = 3V_n - 1$.

-1- a) Calculer U_0 ; U_1 et U_2 .

b) Calculer $U_{n+1} - U_n$ et en déduire que U est une suite arithmétique.

-2- Calculer V_1 et V_2 et en déduire que V n'est pas une suite arithmétique.

EXERCICE: 19

Soit V une suite géométrique définie tel que : $V_0 = 2$ et $q = \frac{1}{3}$.

- 1- Exprimer V_n en fonction de n .
- 2- Déterminer $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$ et en déduire $\sum_{i=1}^{10} V_i$.

EXERCICE: 20

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = U_n - 2$.

- 1- Calculer U_1 et U_2 .
- 2- Montrer que U est une suite arithmétique.
- 3- Exprimer U_n en fonction de n .
- 4- Calculer $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
- 5- Calculer $A = \sum_{k=1}^n U_k$ et $B = \sum_{k=10}^{20} U_k$.

EXERCICE: 21

A) Soit U une suite arithmétique tel que : $U_0 = -2$ et $r = 3$

- 1- Calculer U_5 et U_7 .
- 2- Calculer $\sum_{i=0}^n U_i$ et $\sum_{i=1}^{10} U_i$.

B) On donne $V_0 = 1$ et $V_{n+1} = V_n + 3$.

- 1- Calculer V_1 et V_2 .
- 2- Montrer que V est une suite arithmétique.
- 3- Exprimer V_n en fonction de n .
- 4- Calculer $\sum_{i=0}^n V_i$ et $\sum_{i=1}^n V_i$.

EXERCICE: 22

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n + 1$.

- 1- Calculer U_1 et U_2 .
- 2- Déduire que U n'est pas une suite arithmétique.
- 3- On pose $V_n = U_n - 2$.

a) Montrer que V est une suite géométrique.

- b) Exprimer V_n en fonction de n .
- c) En déduire U_n en fonction de n .
- d) Calculer $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$. Et en déduire $S'_n = \sum_{i=0}^n U_i$

EXERCICE: 23

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_{n+1}}$

- 1- Calculer U_1, U_2 et U_3 . U est elle une suite arithmétique ?
- 2- On pose $T_n = \frac{1}{U_n}$; calculer $T_0 ; T_1$ et T_2 puis montrer que T est une suite arithmétique .
- 3- Exprimer T_n et U_n en fonction de n ; retrouver U_3 .
- 4- Calculer $S_n = \sum_{k=0}^n T_k$

	Suite Arithmétique	Suite Géométrique
Définition	$U_{n+1} - U_n = r$	$U_{n+1} = qU_n$
Raison	(r) indépendant de n	(q) indépendant de n
Terme générale	$U_n = U_0 + nr$	$U_n = qU_0$
Relation entre deux termes Quelconques	$U_n = U_p + (n - p)r$	$U_n = q^{n-p}U_p$
Somme des n- premiers termes d'une suite	$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ $S_n = \frac{(n+1)(U_0 + U_n)}{2}$ si $r \neq 0$ $S_n = (n + 1)r$ si $r = 0$ $S' = U_n + \dots + U_m ; n < m$ $S' = \frac{(q - n + 1)(U_n + U_q)}{2}$	$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ $S_n = (n + 1)U_0$ si $q = 1$ $S_n = U_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ si $q \neq 1$ $S' = U_n + \dots + U_m ; n < m$ $S' = U_n \frac{1 - q^{m-n+1}}{1 - q}$
Relations entre trois termes Consécutifs : a ; b et c d'une suite	$a + c = 2b$	$a . c = b^2$