

Exercice n° 1 : (6 points)

1) Résoudre dans  $[0, \pi]$ , les équations suivantes :

a)  $2 \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$

b)  $-2 \sin^2 x + (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

2) Calculer les entités suivantes :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

$$B = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

Exercice n° 3 : (6 points)

1) Déterminer les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que le nombre  $x4851y$  soit divisible par 2 et par 3

2) a) Vérifier que pour tout entier naturel  $n > 6$ :  $\frac{n+7}{n-6} = 1 + \frac{13}{n-6}$

b) En déduire l'ensemble des entiers naturels  $n > 6$  pour que  $\frac{n+7}{n-6}$  soit un entier naturel

Exercice n° 3 : (8 points)

Dans un triangle  $NP$ , on note  $\alpha$  l'angle  $\widehat{MPN}$  et  $\beta$  l'angle  $\widehat{MNP}$

(C) est le cercle circonscrit à  $MNP$  de rayon  $R$

(C') est le cercle tangent à (NP) en P, de diamètre [AP] et passant par M

(C'') est le cercle tangent à (NP) en N, de diamètre [NB] et passant par M

1) a) Dans le triangle  $AMP$ , vérifier que  $\widehat{MAP} = \alpha$ . Déduire que  $MP = \frac{AP}{2R} MN$

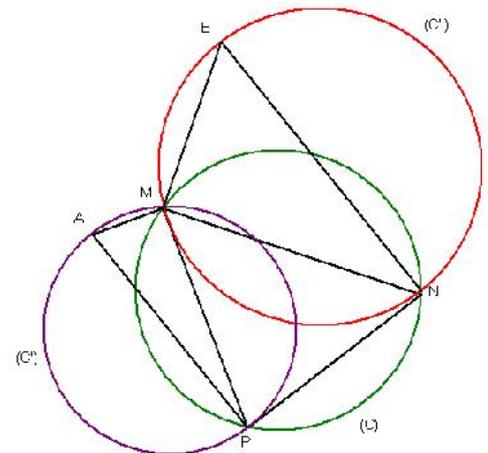
b) Dans le triangle  $BMN$ , vérifier que  $\widehat{MBN} = \beta$ . Déduire que  $MN = \frac{BN}{2R} MP$

c) En déduire que :  $AP \times BN = 4R^2$

2) On suppose que dans un repère orthonormé :  $M(0, 4)$ ,  $N(3, -2)$  et  $P(2, 1)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (NP)

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite ( ) passant par M et parallèle à (NP)



Bon travail

*Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie.*