Prof :Khammour.Khalil **Année Scolaire :**2013/2014	**Série d'exercices :** **Etude de fonctions +Primitives + Espace**	4ème Sc-exp **Tél :27509639**

Exercice n°1 :

1) Soit h la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ par $h(x) = 1 + \cos x$
   a) Dresser le tableau de variation de h.
   b) Montrer que h réalise une bijection de $[0,\frac{\pi}{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   c) Calculer $h^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$.
   d) Montrer que h^{-1} est dérivable sur [1,2[et calculer $(h^{-1})'(x)$.
2) On considère la fonction f définie sur [1,2] par $f(x) = 2\sqrt{2x - x^2}$
   Montrer que f admet une primitive sur [1,2].
3) Soit F la primitive de f sur [1,2] qui s'annule en 2.
   On pose $G(x) = F(1 + \cos x)$ pour tout x de $[0,\frac{\pi}{2}]$.
   a) Montrer que G dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ et montrer que $G'(x) = \cos(2x) - 1$.
   b) Déduire G(x) pour tout x de $[0,\frac{\pi}{2}]$.
   c) Calculer $F\left(\frac{3}{2}\right)$.

Exercice n°2 :

Soit g la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x^2 + x - 2} + x$. C_g désigne la courbe de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier la dérivabilité de g à droite en 1.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2) Etudier les variations de g.
3) a) Montrer que la droite d'équation $y = 2x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à C_g.
   b) Tracer C_g.
4) a) Montrer que g réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   b) Etudier la dérivabilité de g^{-1} sur $]1,+\infty[$ et calculer $(g^{-1})'(4)$.
   c) g^{-1} est –elle dérivable à droite en 1 ? Justifier.
5) a) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.
   b) Tracer $C_{g^{-1}}$ et préciser l'équation de l'asymptote à $C_{g^{-1}}$ au voisinage de $+\infty$.

Exercice n°3 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.On considère les points A(2,-1,1) , B(1,-2,-1), C(-1,1,3) et D(0,1,-1)

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\vec{u} = (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$.
   b) Déduire que les points A,B et C ne sont pas alignés.
   c) Montrer que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires.
2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.
   b) Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est égal à $\frac{11}{3}$.
   c) Déduire la distance du point D au plan (ABC).
   d) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que : $\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}\right) \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$
   .

Exercice n°4 :

Cocher la bonne réponse :

1)La fonction f définie par :f(x)= $\frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+4}}$ .Une primitive F de f sur IR est :

a) F(x)= $\sqrt{x^2-6x+4}$ b) F(x)= $2\sqrt{x^2+3x+4}$ c) F(x)= $-\sqrt{x^2-6x+4}$.

2)Soit f une fonction continue et strictement décroissante sur IR tel que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ alors :

a) f réalise une bijection de IR sur]-1,5].

b) f réalise une bijection de IR sur]-2,2[.

c) f réalise une bijection de]-2,2[sur IR.

3) Soit $f(x) = \frac{5x^2-1}{\sqrt{x}}$ .Une primitive F de f sur]0,+∞[est :

a) $F(x) = 2(x^2-1)\sqrt{x}$ b) $F(x) = (x^2-1)\sqrt{x} + x$ c) $F(x) = (5x^2-1)\sqrt{x}$