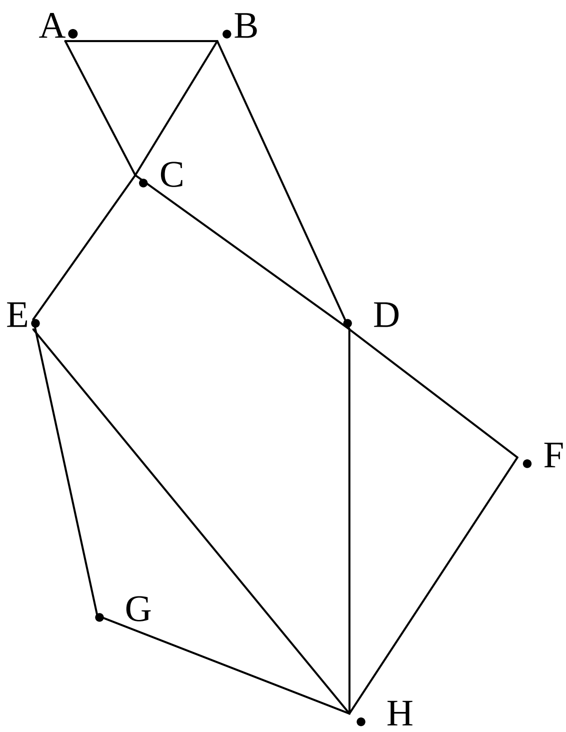
Prof :Khammour.Khalil **Année Scolaire :**2013/2014	**Série d'exercices :** **Graphes**	$4^{ème}$ Eco-Gestion **Tél :27509639**

Exercice n°1 :

Soit le graphe G représenté ci contre :



1) Quel est l'ordre de ce graphe ?
   a) 12   b) 8   c) 4   d) 13

2) Combien a t-il d'arêtes ?
   a) 12   b) 8   c) 4   d) 13

3) Quel est le degré du sommet C ?
   a) 12   b) 8   c) 4   d) 13

4) Quel sommet est de degré 1 ?
   a) A   b) B   c) F   d) aucun

5) Quel sommet est adjacent au sommet D?
   a) A   b) E   c) G   d) H

6) Combien de sommets sont adjacents au sommet H ?
   a) 3   b) 2   c) 4   d) 1

7) Le graphe est-il complet ?
   a) oui   b) non   c) ou on ne peut pas savoir.

8) Quelle est la longueur de la chaine ABCDFH ?
   a) 0   b) 2   c) 5   d) 6

9) Quelle chaine est fermée ?
   a) ABD   b) ACDB   c) ABACA   d) ABDCAB

10) Quelle chaine est un cycle ?
   a) ABD   b) ACDB   c) ABACA   d) ABDCAB

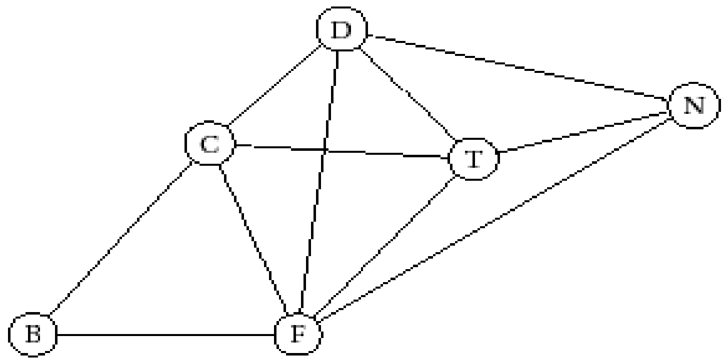
11) Combien de lignes la matrice d'adjacence M a t-elle ?
   a) 8   b) 9   c) 12   d) 13

12) Combien de colonnes la matrice d'adjacence M a t-elle ?
   a) 8   b) 9   c) 12   d) 13

13) Que vaut le coefficient a_{33} de la matrice d'adjacence M ?
   a) 0   b) 1   c) 4   d) on ne peut pas savoir

14) Que vaut le coefficient a_{23} de la matrice d'adjacence M ?
   a) 0   b) 1   c) 4   d) on ne peut pas savoir

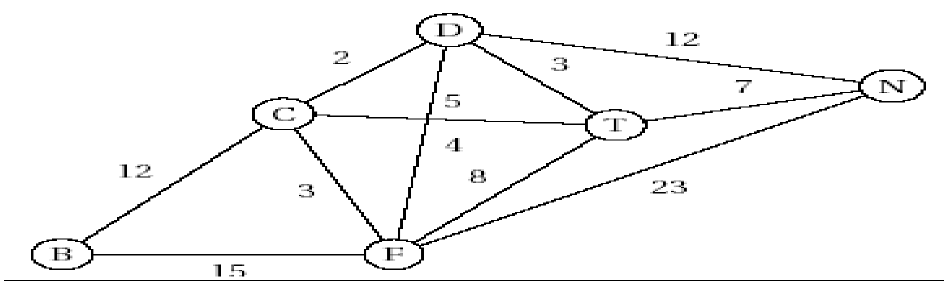
Exercice n°2 :



Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer.
Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.
1)a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets	A	B	C	D	F	N	T
Degré de sommets de graphe							

b) Justifier que le graphe est connexe.
2) Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.
Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.
3) Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.
a) Montrer que $4 \leq n \leq 6$
b) Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.
4) Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe.
Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet.
Justifier la réponse.

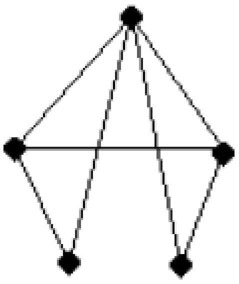


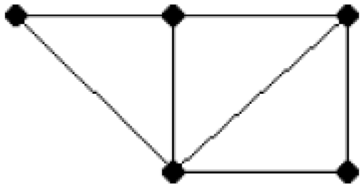
Exercice n°3 :

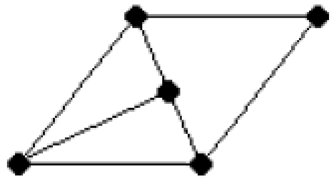
On considère la matrice A.

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les graphes ci-dessous peuvent-ils être associés à A ?

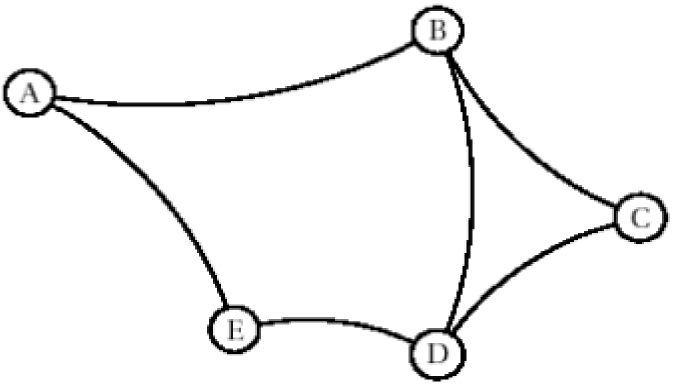






Exercice n°4 :

1) Dans un parc, il y a cinq bancs reliés entre eux par des allées. On modélise les bancs par les sommets A, B, C, D, E et les allées par les arêtes du graphe G ci-dessous :



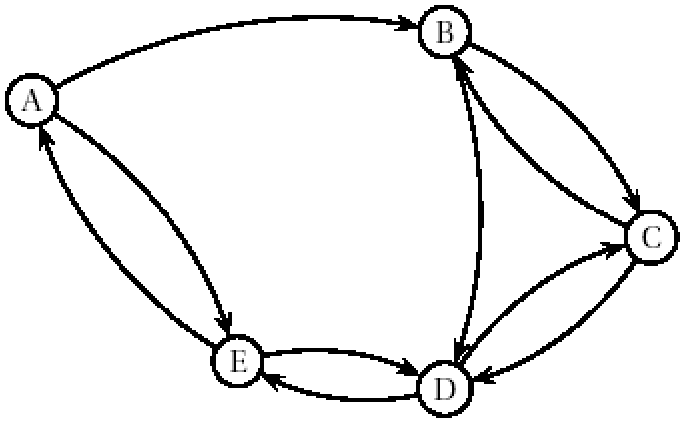
Graphe G

a) On désire peindre les bancs de façon que deux bancs reliés par une allée soient toujours de couleurs différentes. Donner un encadrement du nombre minimal de couleurs nécessaires et justifier. Déterminer ce nombre.

b) Est-il possible de parcourir toutes les allées de ce parc sans passer deux fois par la même allée ?

2) Une exposition est organisée dans le parc. La fréquentation devenant trop importante, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à

sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les bancs B et C pourra se faire de B vers C et de C vers B, alors que la circulation dans l'allée située entre les bancs A et B ne pourra se faire que de A vers B. Le graphe G' ci-dessous modélise cette nouvelle situation :



Graphe G'

a) Donner la matrice M associée au graphe G'. (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

b) On donne :

$$M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$$

Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet
B? Les donner tous.

c) Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A. Quel est ce cycle ?

En est-il de même pour le sommet B?