Prof :Khammour.Khalil **Année Scolaire :**2013/2014	**Série d'exercices :** **Matrices**	$4^{\text{ème}}$ Info **Tél :27509639**

Exercice n°1 :

Calculer AB et BA si c'est possible dans les cas suivants :

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

4) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice n°2 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 3

1) Calculer A^2.
2) Montrer que $A^2 = A + 2\,I_3$.
3) a) Déterminer une matrice B tel que $AB = I_3$.
   b) En déduire que A est inversible et déterminer A^{-1}.

Exercice n°3 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) Calculer le déterminant de A.
2) A est-elle inversible ?

Exercice n°4 :

Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 3.

1) Calculer B^2 et B^3 .
2) Montrer que $B^3 - 3B^2 - 2B - I_3 = O$ où O est la matrice nulle d'ordre 3.
3) En déduire que B est inversible et déterminer B^{-1} .

Exercice n°5 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de A.
   b) Montrer que A est inversible.
   c) Vérifier que $A^{-1} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -8 & -12 & 24 \\ -6 & -12 & 22 \end{pmatrix}$

2) Résoudre dans IR^3 le système suivant : (S) $\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 1 \\ 4x + 10y - 12z = 4 \\ 3x + 6y - 7z = 2 \end{cases}$

Exercice n°6 :

Soit $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 3.

1) a) Calculer M^2.
   b) Vérifier que $M^3 = O$ où O est la matrice nulle d'ordre 3.
2) a) Vérifier que $(I_3 - M)(I_3 + M + M^2)$.
   b) En déduire que $I_3 - M$ est inversible et que $(I_3 - M)^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -5 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
3) On considère le système suivant : (S) $\begin{cases} -x - y = 1 \\ 3x + 2y - z = -1 \\ -x + 2z = 1 \end{cases}$
   a) Déterminer la matrice A de (S).
   b) Vérifier que $A = I_3 - M$.
   c) Ecrire (S) sous forme d'une écriture matricielle.

d) Résoudre dans IR^3 le système (S).

Exercice n°7 :

On considère le système suivant : (S) $\begin{cases} 5x+7y+9z=235 \\ x+2y+3z=65 \\ 2x+2y+3z=80 \end{cases}$

1) Déterminer la matrice A de (S).
2) Montrer que A est inversible et que sa matrice inverse est :

$$A^{-1} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

3) Résoudre dans IR^3 le système (S).

Exercice n°8 :

1) a) Calculer le déterminant de chacune de des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Calculer les produits matricielles suivantes : AB ; AC ; BA ; BC .

2) On considère la matrice $A \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 3.

a) Calculer $A^2 - 3A + 2I_3$.En déduire la matrice B tel que $AB=I_3$
b) En déduire que A est inversible et déterminer sa matrice inverse.