Lycée Mahmoud Elmesaadi ELFAHS	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Prof :Ben HMIDENE. T	
Le 5-2-2014	MATHEMATIQUES	4math	Durée :2h

Exercice n°1(3points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1) Soit f une fonction définie sur [0,+∞ [par $f(x)=\sqrt{x^2+1}+x^2$ *f admet une fonction Réciproque dérivable sur [1,+∞ [*

2)Soit g la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ *par* $g(x)=\sqrt{1+\tan x}$ *alors* $(f^{-1})'(\sqrt{2})=\sqrt{2}$

3)Soit hune homothétie de centre I de rapport -2 et Δ une droite passant par I alors $h_{(I,-2)}\ 0\ S_{\Delta}$ *est une similitude indirecte de centre I de rapport 2 et d'axe Δ*

Exercice n°2(6points)

Soit f la fonction définie sur [0, +∞[par $f(x)=\dfrac{-1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

1) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0

2) Montrer que pour tout $x>0$ $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

3) Dresser le tableau de variation de f

4) Montrer que f réalise une bijection de [0, +∞[sur un intervalle J a préciser

5) Construire (ζf) *et* (ζf^{-1}) *dans le même repère*

6) Montrer que f^{-1} *est dérivable en 0 est déterminer* $(f^{-1})'(0)$

7) Expliciter $f^{-1}(x)$

Exercice n°3(5points)

Soit h la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *par* $h(x)=2\cos 2x-1$

1) Etudier les variations de h

2) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} *définie sur [-3 , 1]*

3) Déterminer $h^{-1}(-1)$ *puis* $(h^{-1})'(-1)$

4) Montrer que h^{-1} est dérivable sur]-3 , 1 [et que $(h^{-1})'(x) = \dfrac{-1}{2\sqrt{-x^2-2x+3}}$

5) Soit la fonction $\Psi(x) = h^{-1}(-2-x) + h^{-1}(x)$

Calculer $\Psi'(x)$ et sn déduire que $\Psi(x) = \dfrac{\pi}{2}$

Exercice n°4(6points)

Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ et AB=2AD.

On désigne par I le milieu de [AB], O le milieu de [BD] et $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au rectangle ABCD

1) Soit S la similitude directe telle que S(B)=I et S(I)=D

a) Montrer que $\dfrac{-\pi}{4}$ est une mesure de l'angle de S, calculer le rapport de S

b) Montrer que C est le centre de S

c) On pose E=S(A).monter que D est le milieu du segment [EI]

2)La demi- droite [CE) recoupe $\mathcal{C}$ en F

a)Calculer CE en fonction de CA et montrer que $\mathrm{CF} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{CA}$

b) En déduire que F est le milieu du segment [EC] et que F=S(O)

3) Soit σ la similitude indirecte qui transforme B en I et I en D

a)Déterminer le rapport de σ

b) On note ω le centre de σ, montrer que ω est le barycentre des points pondérés (D ,1) et (B,-2)

Construire ω

4) Soit Δ l'axe de σ,

a)Construire l'axe Δ de σ

b) Déterminer σ ((BC))

c)Soit C' l'image de C par σ, montrer alors que C' est le symétrique de C par rapport à I

Bon travail