Lycée Pilote kairouan Année Scolaire 2011-2010		Prof :Troudi kamel Devoir de Contrôle n°3	
02-05-2011	Classe : 4èmeM$_1$	Mathématiques	Durée : 4 heures

NB : Il sera tenu compte de la rédaction et la présentation des copies

Exercice n°1 (4 points)

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la population (en milliers) dans le gouvernorat de Kairouan de l'année 2001 à l'année 2009.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Population (y)	151,1	164,9	178,1	183,7	185 ,2	186,3	189,7	191,3	193,9

1) a) Déterminer le coefficient de corrélation ρ_{XY} . Interpréter.

b) Déterminer l'équation la droite de régression de y en x.

c) Utiliser cet ajustement pour estimer la population de Kairouan dans l'année 2015.

2) On pose z = lnx.

a)Déterminer le coefficient de corrélation ρ_{ZY} • Interpréter.

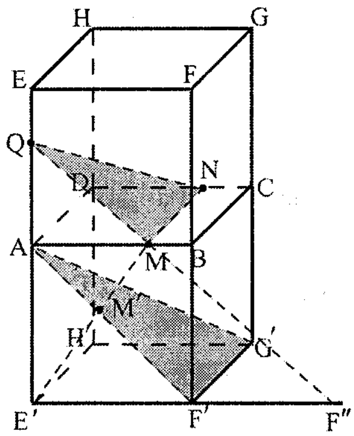
b) Déterminer l'équation la droite de régression de y en z.

c) En déduire un deuxième ajustement de y en x.

d) Donner alors une autre prévision de la population de Kairouan dans l'année 2015 ! Interpréter.

Exercice n°2 (4points)

ABCDEFGH et E′F′G′H′ABCD sont deux cubes isométriques. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$



1) a) Déterminer les coordonnées des points F' et G'.

b) Déterminer $\overrightarrow{AF'} \wedge \overrightarrow{AG'}$ En déduire une équation du plan (AF′G′).

2) soit S l'ensemble des points M(x. y ,z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

a)Montrer que S est une sphère don' on précisera le centre et le rayon .

b) Déterminer $\mathscr{C}$ = S ∩ (AF′G′).

c) Montrer que le volume du cône de révolution de base $\mathscr{C}$ et de Sommet C est égal à : $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$

3) Soit a un réel de $]0, \frac{1}{2}[$. On désigne par M et N les points

Définis par : $\overrightarrow{AM} = 2a\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = a\overrightarrow{CD}$ et par Q le point de coordonnées (0,0, b) où b est un réel non nul.

a) Montrer que $\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{MQ} = b\overrightarrow{AB} + (3a-1)b\,\overrightarrow{AD} + 2a\overrightarrow{AE}$.

b) En déduire les valeurs de a et b pour les quels le plan (MNQ) est parallèle au plan (AF′G′).

4) Dans la suite de l'exercice on prend $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{2}{3}$.

Soit h l'homothétie de centre E' qui transforme A en Q. La droite (QM) coupe (E'F') en F".

a) Montrer que h(F') = F"

b) La droite (E'M) coupe le plan (AF'G') en M'. Montrer que M', A et F' sont alignés.

Exercice n°3 (4 points)

Les deux parties sont indépendantes

I) Pour chacune des trois propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie.

P$_1$: « Pour tout entier naturel n, 3 divise le nombre $2^{2n} - 1$ ».

P$_2$: « Si un entier relatif x est solution de l'équation $x^2 + x \equiv 0 \pmod 6$ alors $x \equiv 0 \pmod 3$ ».

P$_3$ «si $x^2 + x \equiv 2 \pmod 3$ *et* $x^2 + x \equiv 2 \pmod 5$ *alors* $x^2 + x \equiv 2 \pmod{15}$ ».

II) 1) Déterminer 5999 ∧ 994

2) a)Vérifier que (-1032,-171) est une solution de l'équation (E) : 142x - 857y = 3.

b) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E).

3) Soit (x ,y) une solution de (E) et on pose : $\partial = x \wedge y$.

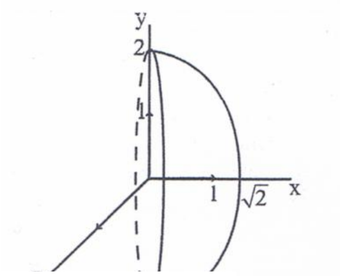
a) Déterminer les valeurs possibles de ∂.

b) Déterminer les solutions de (E) tels que $\partial = 1$.

4) Déterminer entier **n** naturel à six chiffres tel que lorsque l'on échange les trois premiers chiffres avec les trois derniers le résultat est obtenu est 6**n**+21. (On pourra poser **n** = y x)

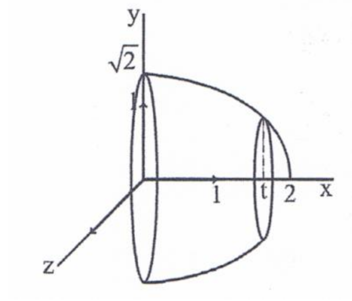
Exercice n°4 (3 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé. $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$



1) Le solide S représenté ci-contre est obtenu par révolution autour de l'axe (O x) de la courbe y= $\sqrt{2(2-x^2)}$ Calculer le volume **V** de S.

2) Dans la figure ci-contre on a représenté la courbe de la fonction f définie sur [0,2] par : f(x) = $\sqrt{\dfrac{4-x^2}{2}}$.



3) Soit t un réel de]0, 2]. On pose $\mathscr{C}$'={M(x, y) tels que y=f(x), x∈ [0, t]}.
On désigne par S' le solide obtenu par révolution de $\mathscr{C}$' autour de (Ox).

a) Exprimer le volume V(t) de S en fonction de t.

b) Montrer que pour tout t∈]0,2], V(t) < **V**

c) Montrer qu'il existe un seul réel t_0 dans]0,2] pour lequel $V(t_0) = \dfrac{1}{2}$ **V**

Donner une valeur approchée de t_0 à 10^{-1} près.

Exercice n°5 (5 points)

A Le graphique ci-dessous représente la courbe $(\mathscr{C})$ de la fonction g (x) = e^{1-x} dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur R par f(x) = x e^{1-x} .

1) On désigne par $(\mathscr{C}')$ la courbe de f dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Déterminer la nature des branches infinies de $(\mathscr{C}')$.

c) Etudier la position relative de $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$.

d) Tracer la courbe $(\mathscr{C}')$ de f.

2) Soit x un réel de $[1, +\infty[$, M le point de $(\mathscr{C})$ d'abscisse x et N le point de C' d'abscisse x.

a) Calculer la distance MN en fonction de x.

b) Déterminer la valeur de x pour laquelle MN est maximale.

3) Soit t un réel de $]1, +\infty[$.

a) Calculer, en fonction de t, l'aire A(t) de la partie du plan limitée par les courbes $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ et les droites d'équations x = 1 et x = t.

b) Déterminer $\lim\limits_{t\to+\infty} A(t)$.

B Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \int_1^2 (x-1)^n e^{1-x} dx$

1) a) Calculer u_1

b) Montrer que u est décroissante et qu'elle est convergente.

2) a) En intégrant par parties montrer : $u_{n+1} = -\dfrac{1}{e} + (n+1)u_n$

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $u_n \le \dfrac{1}{ne}$ Calculer alors $\lim u_n$

c) Calculer $I = \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2)e^{1-x} dx$

3) Soit F définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $F(x) = \int_1^{1+2\ln x} (t-1)^n e^{1-t} dt$

a) Montrer que F est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et que $F'(x) = 2^{1+n} \dfrac{(\ln x)^n}{x^3}$.

b) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$: $F(x) = 2^{1+n} \int_1^x \dfrac{(\ln t)^n}{t^3} dt$.

c) Calculer alors $\int_1^{\sqrt{e}} \dfrac{(\ln t)^4}{t^3} dt$.

Annexe à rendre

Nom & Prénom ;…………………………………………………………………………………….

$(\mathscr{C})$