Lycée Bou-Salem Durée 2H	<u>Devoir de contrôle n°2</u> *<u>Mathématiques</u>*	Classes $4^{ème}$M Profs:*Chaouali*

<u>Exercice 1</u>..(4*pts*)

Dans chacune des questions suivantes une seule réponse est juste, laquelle. aucune justification n'est demandée

***<u>Barème</u>*: $4pt$ pour une réponse juste, $0pt$ pour une réponse fausse,ou aucune réponse.**

1) le reste de la division euclidienne de:

1234567891234567891234567891par 123456789 est

a- 1 b- 2 c- 3 d- 4

2) Si S est l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équations $2x^2+x \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 5)$ alors

a- $S=\phi$ b- $S=\{1\}$

c- $\{-2+5k,,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{-3+5k',k'\in\mathbb{Z}\}$

d- $\{4+5k,k\in\mathbb{Z}\}\cup\{-$

3) $\forall n\in\mathbb{Z}$ le reste de $n\,(n+1)\,(n+2)$ modulo 3 est:

a- 0 b- 1 c- 2 d- 4

4) le reste de $5\times10^{42}+4\times2^{53}$ modulo 7 est:

a- 1 b- 2 c- 3 d- 4

<u>Exercice 2</u>..(6*pts*)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle tel que $AB=AC$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$

On définit les points $D;I$ et la droite Δ tels que CAD est un triangle rectangle et isocèle et $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$; I le milieu de$[BC]$; et Δ la parallèle à (AB) passant par I.(Voir figure 2)

1)a- Soit R la rotation qui transforme A en D et B en C .

Déterminer l'angle de R et construire son centre Ω .

b- Montrer que $AB\Omega C$ est un losange

2) a- Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui transforme

b- Donner la nature et les éléments caractéristiques de f

c- déterminer la droite Δ' telle que $f = S_{\Delta'} o S_{\Delta}$

3) Soit g l'antidéplacement qui transforme A en Ω et B en C.

a- Justifier que :$g = f\, o S_{(AB)}$

b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g

4) Caractériser chacune des applications $R^{-1} of$ et $R^{-1} og$

<u>Exercice 3</u>..(6pts)

Soit la fonction f définie sur $[0,1]$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}}$.

On note (C) sa curbe dans un r.o.n. du plan d'unité $10cm$

1)a- Etudier la dérivabilté de f à droite en 0.

b- Montrer que f est dérivable sur $]0,1[$ et que:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)^2}$$

c- Montrer que f réalise une bijection de $[0,1]$ sur lui même.

Expliciter $f^{-1}(x)$ en fonction de x

2)Sur la figure 1, on a tracé la courbe (C) de f

a- Montrer que $A\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie de (C). En déduire que A est un point d'infexion.

b- Tracer la courbe (C') représentative de f^{-1}

3) Soient D_1 la partie du plan limitée par l'arc $[OA]$ de (C) et la droite Δ d'équation $y = x$ et D_2 la partie du plan limitée par l'arc $[AB]$ de (C) et la droite Δ avec $B(1,1)$ (Voir figure)

a- Dire pourquoi D_1 et D_2 ont la même aire.

b- En déduire que $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2}$.

c- Utiliser la valeur de $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ pour montrer que:

$$\int_0^1 \frac{2x-1}{2x^2-2x+1} = 0$$

<u>Exercice 4</u>..(4pts)

Soit la suite (I_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a:

$$I_n = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^{2n+1}}{\left(\sqrt{1-x^2}\right)^{2n+1}} dx$$

1)a- Calculer I_0

b- Montrer que (I_n) est décroissante.

b- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a: $0 \leqslant I_n \leqslant \dfrac{\sqrt{2}}{4(n+1)}$. Préciser $\lim I_n$

2)a- En utilisant une intégration par parties ,

montrer que $I_n = \dfrac{\sqrt{2}}{4(n+1)} - \dfrac{2n+1}{2n+2} I_{n+1}$.

b- Déterminer alors I_1 et I_2

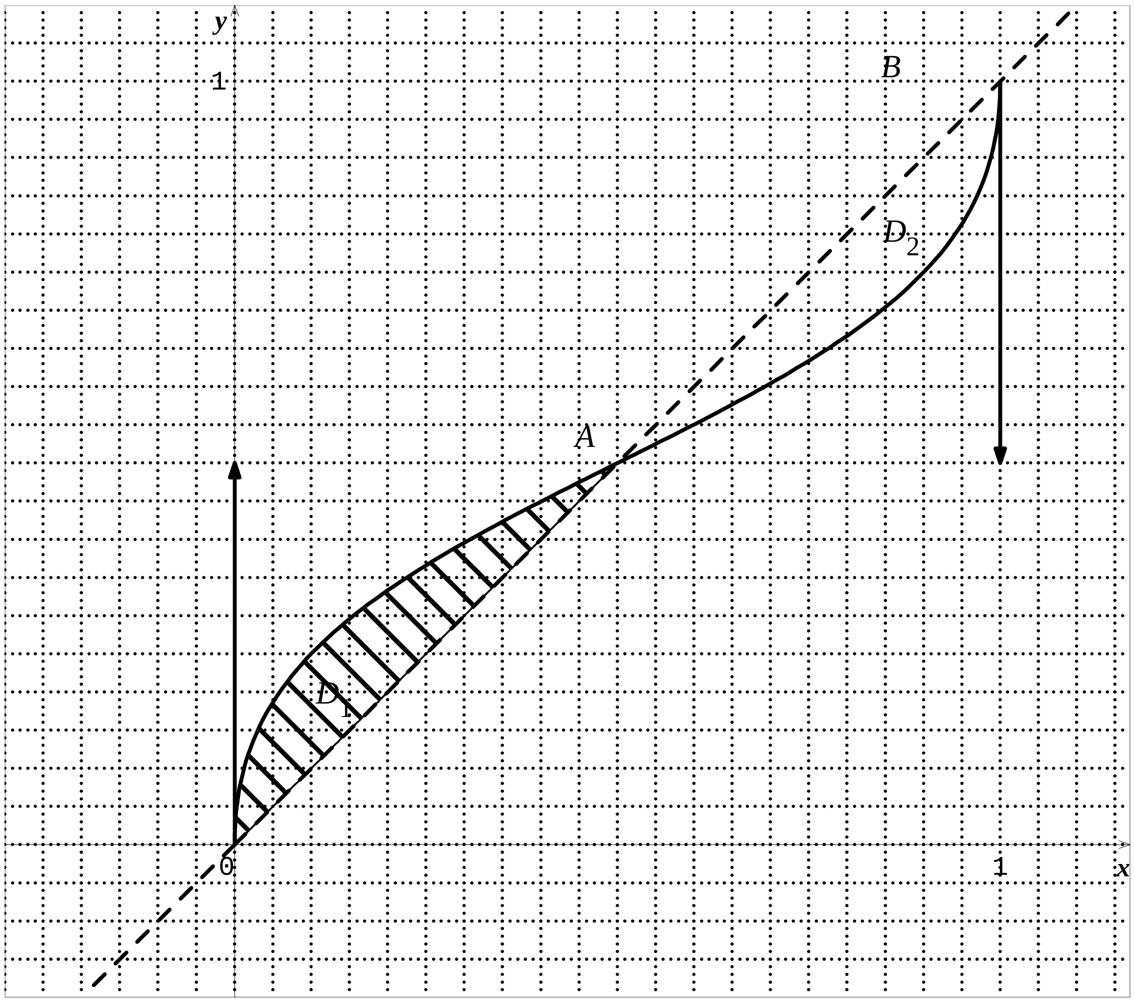
<u>*Partie facultative*</u>3) On pose $S_n = I_0 - I_1 + \cdots\cdots + (-1)^n I_{n-1}$

a- Montrer que $S_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x\sqrt{1-x^2}dx - (-1)^n \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^{2n+1}}{\left(\sqrt{1-x^2}\right)^{2n-1}} dx$

b- En déduire que $\lim S_n = \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Nom et Prénom: ....

Nom et Prénom: ....



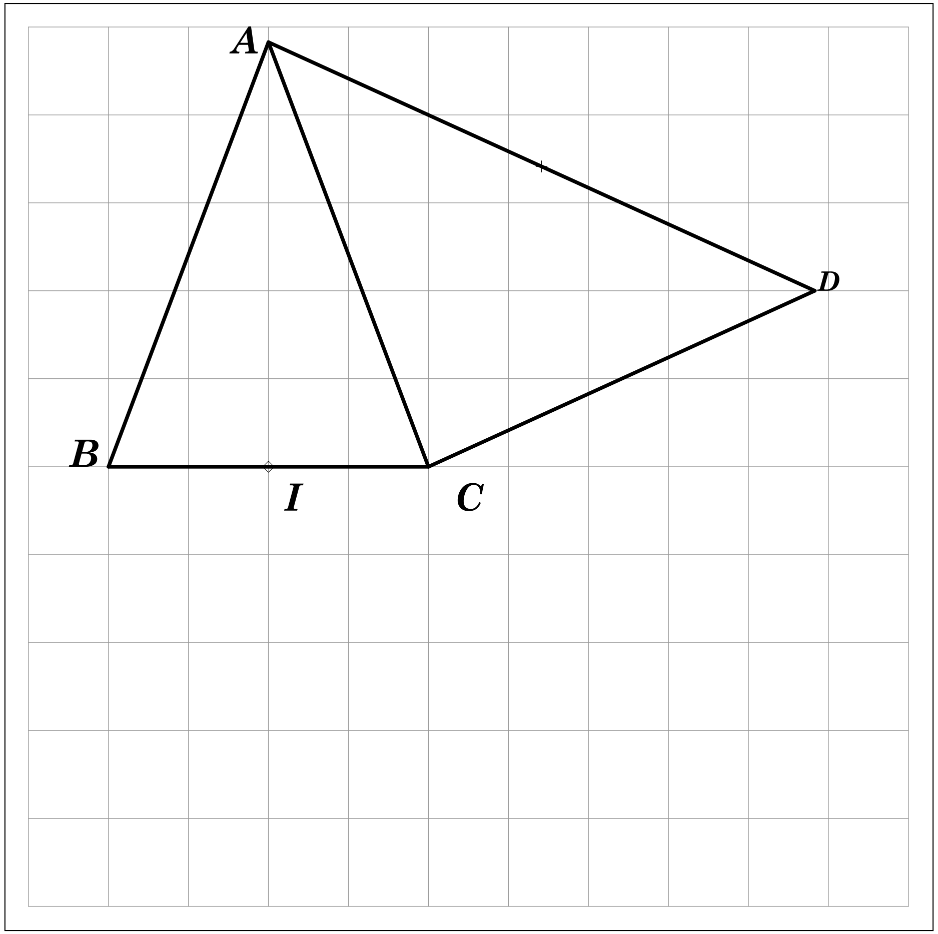


figure 2