Mornag	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Le :07/02/2012
Prof :Oueslati.Mongi		4^{eme} Math Durée :2H

Exercice n°1 (3 points)

Une seule répense proposé est correcte

1) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin(2x)dx$ alors

a) $I=\frac{1}{4}$; b) I=2 c) $I=\frac{\pi}{4}$

2) Soit f la fonction définie sur]-1 ;1[par $f(x)=\int_0^x \frac{1}{1-t^2}dt$ alors :

a) f(1)=1 ; b) f est paire c) f est strictement croissante sur]-1 ;1[

3) Soit $g(x)=\int_0^x t\cos t dt$ alors :

a) g(x) = xsinx +cosx-1 ; b) g(x)= xcosx + sinx-1 ; c)g(x)= xcosx+ cosx -1 ; d)g(x)=xsinx+sinx-1

Exercice n°2 (10 points)

Soit h une fonction définie sur [0 ; 1] par : $h(x)=\sqrt{1-x^2}$; C_h la courbe représentative de h dans un repére orhtonormée $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) Soit M(x ;y) un point de C_h avec y=h(x)

a) Montrer que OM=1

b) En déduire que C_h est un arc du cercle de centre O de rayon 1

c) Montrer que $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx=\frac{\pi}{4}$

2) Soit f une fonction définie sur [0 ; 1] par : f(x)= $\sqrt{2x-x^2}$; Unité Graphique : 4 cm

a) Montrer que f n'est pas dérivable à droite en 0

b) Etudier les variations de f et tracer la courbe representative (C) dans R.O.N $(O;\vec{i};\vec{j})$

c) Montrer que f admet une réciproque f^{-1} définie sur [0 ;1] puis tracer sa courbe (C') dans le meme repére que (C)

d) Montrer que $f^{-1}(x)=1-\sqrt{1-x^2}$ pour tout $x\in[0;1]$

3) Soit A l'aire de la partie du plan limité par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations x=0 ; x=1 .Calculer A puis déterminer $\int_0^1 f(x)dx$

4) Soit la suite $I_n=\int_0^1 t^n\sqrt{1-t^2}\,dt$; $n\in IN$

a) A l'aide d'intégration par partie , montrer que $I_{n+1}=\frac{n}{n+3}I_{n-1}$

b) Calculer I_0 et calculer $\int_0^1 t^2\sqrt{1-t^2}\,dt$ et $\int_0^1 (1-t^2)\sqrt{1-t^2}\,dt$

<u>Exercice n°3</u> (7 points)

Soit ABC uin triangle quelconque de sens direct. I=B*C ; J=A*B ; r la rotation de centre J et d'angle $\frac{\pi}{2}$; r(A)=A' et r(C)=C' : S une similitude directe tel que S(I)=C' et S(J)=A' ; On pose $h=r^{-1}oS$

1) a) Déterminer h(I) et h(J)

b) En déduire la nature et les elements caractéristiques de h

2) a) Montrer que (IJ) est perpendiculaire à (A'C') et que A'C'=2IJ

b) Détrminer le rapport et l'angle de S puis construire son centre w

c) Soit B' le symétrie de A' par rapport à J ; montrer que $(wB)\perp(wB')$