Devoir de contrôle N°2

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Lycée Bechri – A.S: 2010/2011 – Niveau: 4ème Maths - Date:18/02/2011 – Prof:Lahmadi Adel

Exercice N°1 **(4 points)**

Répondre par vrai ou faux en justifiant la répons

❶ Soit f une fonction définie sur IR , admettant deux primitives F et G telles que F(0)=G(0) alors F=G .

❷ $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (\tan x)^{2011}\, dx = 0$

❸ La composée d'une symétrie axiale et d'une homothétie de rapport $r < 0$ est une similitude directe de rapport $|r|$.

❹ L'image par une similitude de rapport $\frac{1}{3}$, d'un triangle d'aire A est un triangle dont l'aire est égale à $9A$.

Exercice N°2 **(7 points)**

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$ $I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{\sqrt{x^2+1}}\, dx$

❶ Calculer I_0 .

❷ a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $0 \le I_n \le \frac{1}{2n+2}$

b) Montrer que la suite (I_n) est décroissante .

c) En déduire que la suite (I_n) est convergente et déterminer sa limite.

❸ a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

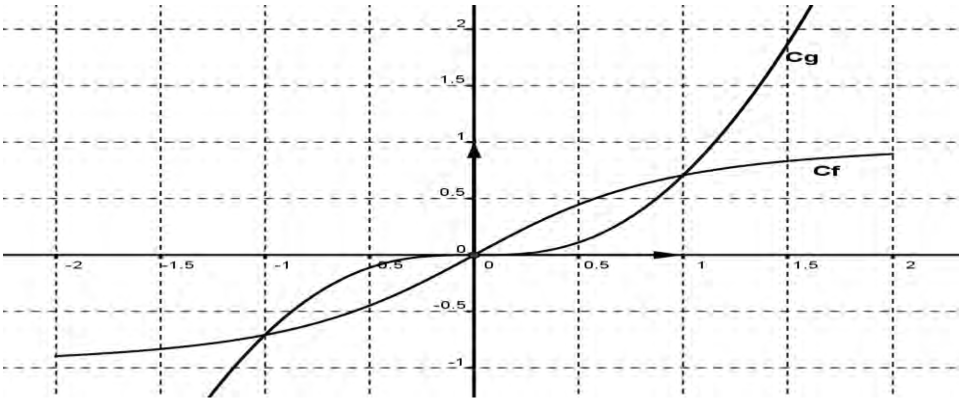
$$I_{n+1} = \sqrt{2} - (2n+2)\int_0^1 x^{2n+1}\sqrt{x^2+1}\, dx$$

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(2n+3)I_{n+1} = \sqrt{2} - (2n+2)I_n$

c) Calculer I_1.

❹ Soient f et g les fonctions définies sur IR par : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et $g(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$

On a représenté ci-dessous leurs courbes dans un repère orthonormé d'unité 2 cm



Calculer en cm^2 l'aire de la partie hachurée.

Exercice N°3 **(9 points)**

Dans le plan complexe P rapporté au repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives i, $\sqrt{2}$ *et* $\sqrt{2}+i$; on appelle I, J et K les milieux respectifs des segments $[OB],[AC]$ *et* $[BC]$ et S la similitude directe qui transforme A en I et O en B .

❶ a) Déterminer le rapport et l'angle de S.

b) Donner l'écriture complexe de S

c) En déduire l'affixe ω du centre Ω de S . Représenter Ω dans le plan P.

d) Quelle est l'image par S du rectangle AOBC ?

❷ On considère la transformation $S^2 = S \circ S$

a) Quelles sont les images des points O, B et A par S^2 ?

b) Montrer que S^2 est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport .

c) En déduire que les droites (OC), (BJ) et (AK) sont concourantes .

❸ On définit la suite de points A_n de la façon suivante:

$A_0 = A$ et pour tout entier naturel n , $A_{n+1} = S(A_n)$

a) Préciser les points A_1 , A_2 et A_3 sur la figure de ❶ c)

b) On note U_n la longueur du segment $[A_nA_{n+1}]$.

Exprimer U_n en fonction de U_{n-1}

Calculer U_0 et en déduire U_n en fonction de n.

Bon

Travail