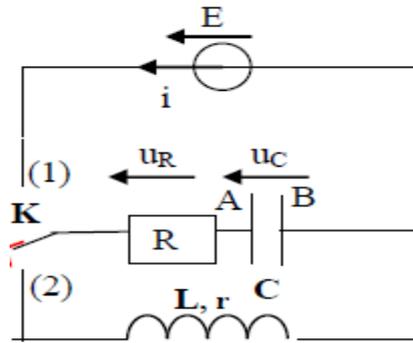


A- Oscillation libre amorti

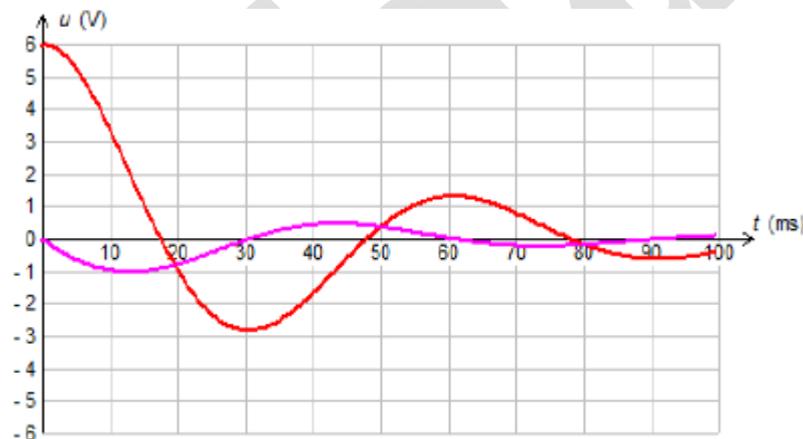
1- Décharge d'un condensateur dans une bobine

- En charge le condensateur, en plaçant K en position 1.
- Ken position 2, le condensateur se décharge dans la bobine.



- Un voltmètre branché en parallèle avec le condensateur montre que U_c prend des valeurs négatifs et positifs avec diminution d'amplitude au cours du temps.
- De même $q = c U_c$, vibre avec diminution d'amplitude au cours du temps.
- De même pour $i = \frac{dq}{dt}$ et $U_R = Ri$.
- On dit qu'une telle grandeur subit des oscillations libres amorties c.-à-d. décroît a' des intervalles des temps égaux.

Al 'aide d'un oscilloscope a' mémoire, on obtient les oscillogrammes suivants.



- L'amplitude des oscillations diminue au cour du temps \Rightarrow Les oscillations sont dites amorties.
- Les oscillations se produisent dans le circuit sans générateur \Rightarrow Les oscillations sont dites libres.
- La diminution d'amplitude due a' la diminution de l'énergie qui est perdu par effet joule dans le résistor.
- La cause de l'amortissement (diminution d'amplitude) et donc la résistance totale du circuit.

2- Influence de l'amortissement

a- Régime pseudopériodique

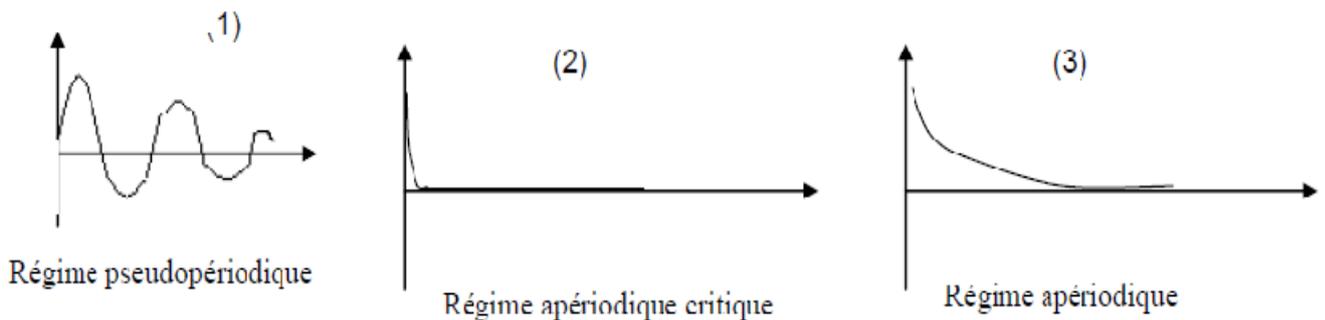
- ✓ Le régime pseudopériodique est observé pour des valeurs faibles de la résistance totale.
- ✓ Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T_0
- ✓ $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

b- Régime apériodique

- ✓ La valeur de R_T est très importante.
- ✓ L'amortissement est très élevé.
- ✓ On observe plus d'oscillations.

c- Régime critique

- ✓ La valeur de la résistance pour la quelle on observe le régime critique est, $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.
- ✓ C'est la valeur pour la quelle en passe de régime pseudopériodique en régime apériodique.



3- Equation différentielles

D'après la loi de maille,

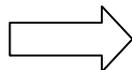
$$U_c + U_R + U_b = 0$$

$$\frac{q}{c} + R_T i + L \frac{di}{dt} = 0$$

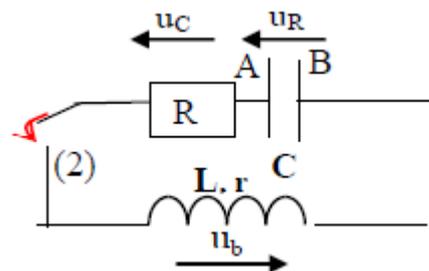
$$Ld^2q/dt + R_T \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0.$$

C'est l'équation diff en $q(t)$ dont la solution est hors programme.

$$U_c = \frac{q}{c} : \quad q = cU_c.$$



$$\frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{R_T}{L} \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{Lc} U_c = 0. \text{ C'est l'équation diff en } U_c.$$



4- Bilan énergétique

$$E_c = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} c U_c^2.$$

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2.$$

$$E = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2.$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{c} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \left(\frac{q}{c} + L \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -R_T i^2. \quad \text{Car : } \left(\frac{q}{c} + L \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -R_T i \quad (\text{d'après l'éq diff})$$

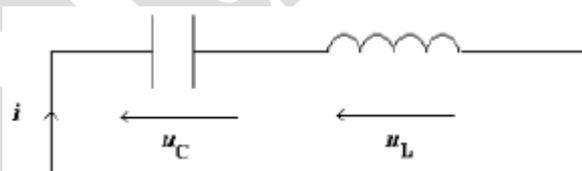
$$\frac{dE}{dt} = -R_T i^2 < 0. \quad \Rightarrow \quad E \text{ est une fonction décroissante au cour du temps.}$$

Dans un circuit RLC il y a toujours échange d'énergie entre le condensateur et la bobine, avec diminution par effet joule dans le résistor.



B- Oscillation libre non amorti

On fermant un condensateur de capacité C initialement chargé sur une bobine purement inductive,



1- Equation différentielle

L'équation différentielle pour la tension U_c s'écrit : $\frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{1}{Lc} U_c = 0$

L'équation différentielle pour la charge q s'écrit : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{Lc} q = 0$

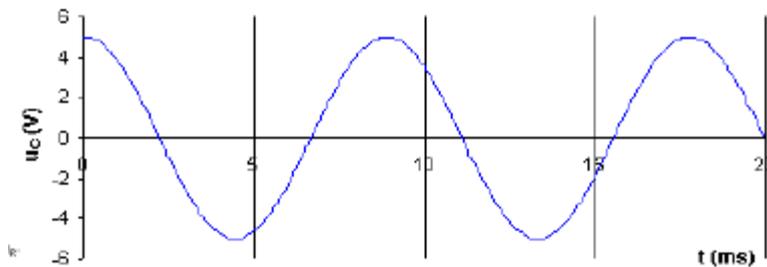
2- Expression de $q(t)$ et $u_c(t)$.

L'équation différentielle en $q(t)$ admet comme solution : $q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_m = CE : \text{amplitude} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} : \text{pulsation propre, avec } T_0 = 2\pi\sqrt{LC} : \text{Période propre} \\ \varphi : \text{phase initiale} \end{array} \right.$$

L'équation différentielle en $U_c(t)$ admet comme solution : $U_c(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi_u)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} U_m = \frac{q_m}{C} = E \\ u = q, \text{ on dit que } U(t) \text{ et } q(t) \text{ vibre en phase.} \end{array} \right.$$



Les oscillations sont dites libres non amorties.

3- Intensité du courant

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ avec } q(t) = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$



$$I(t) = q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_q) \quad \text{avec } \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

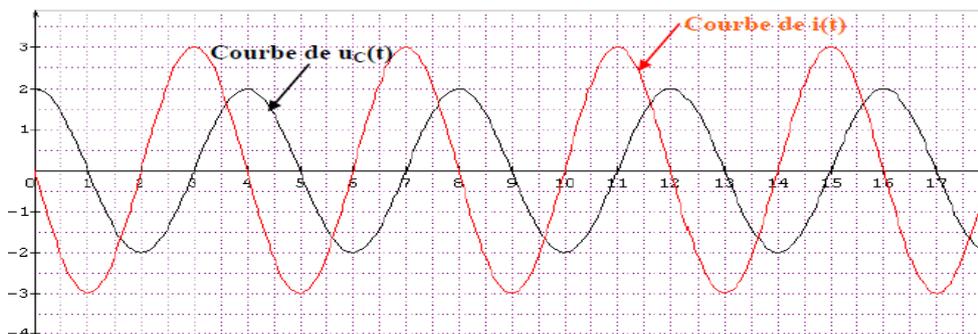


$$I(t) = q_m \omega_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_q + \frac{\pi}{2}\right)$$



$$I(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \quad \text{avec } \left\{ \begin{array}{l} I_m = q_m \omega_0 \\ \varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

- ✓ $I(t)$ est aussi une fonction sinusoïdale du temps.
- ✓ $I(t)$ et $q(t)$ vibre en quadrature de phase.
- ✓ $\varphi_i > \varphi_q$: $i(t)$ est en quadrature avance de phase par rapport à $q(t)$.
- ✓ De même, $i(t)$ est en quadrature avance de phase par rapport à $U_c(t)$.



4- Expression de W_o et T_o

L'équation différentielle en $U_c(t)$ s'écrit

$$\frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{1}{Lc} U_c = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{d^2U_c}{dt^2} = -\frac{1}{Lc} U_c.$$

$$U_c = U_o \sin(\omega_o t + \varphi) \quad \Longrightarrow \quad \frac{dU_c}{dt} = U_o \omega_o \cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$\quad \Longrightarrow \quad \frac{d^2U_c}{dt^2} = -U_o \omega_o^2 \sin(\omega_o t + \varphi)$$

$$\quad \Longrightarrow \quad U_o \omega_o^2 \sin(\omega_o t + \varphi) = \frac{1}{Lc} U_o \sin(\omega_o t + \varphi)$$

$$\quad \Longrightarrow \quad \omega_o^2 = \frac{1}{Lc} \quad \Longrightarrow \quad T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} \quad \Longrightarrow \quad T_o = 2\pi\sqrt{LC}$$

5- Bilan énergétique

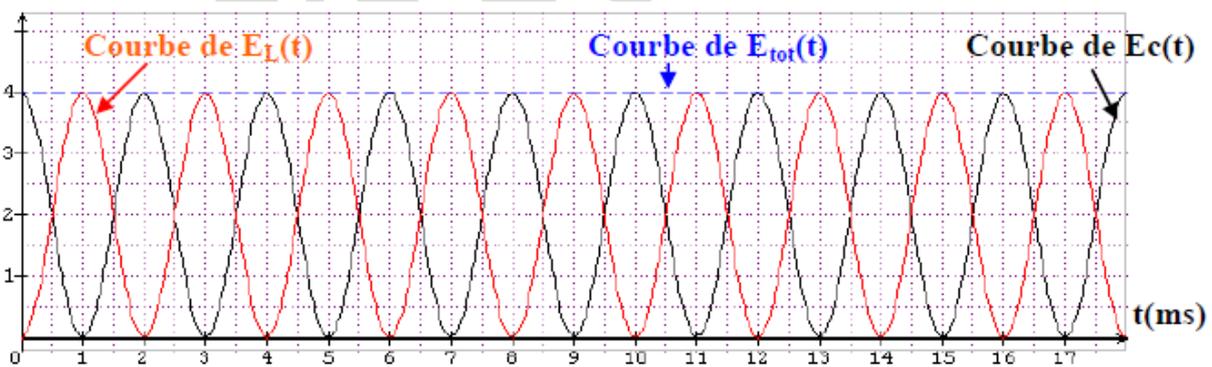
En régime libre, l'énergie totale d'un circuit LC se conserve, car sa résistance électrique est nulle.

$$E_c = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} c U_c^2; \quad U_m = \frac{1}{2} L i^2$$

$$E = E_c + E_m = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{c} \frac{dq}{dt} + L i \frac{di}{dt} = i \left(\frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} \right); \quad \text{Or } \frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{d'après l'éq diff} \quad \Longrightarrow \quad \frac{dE}{dt} = 0$$

- ✓ L'énergie totale du sys reste constante.
- ✓ L'énergie totale du sys se conserve, le sys est dit conservatif.
- ✓ Dans un circuit LC, il y a échange continuellement d'énergie entre la bobine et le condensateur.



- ✓ L'énergie E_m et E_c , les deux sont périodiques de périodes $T_e = \frac{T_o}{2}$.

$$E = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2C} q_m^2 \sin^2(\omega_o t + \varphi) + \frac{1}{2} L q_m^2 \omega_o^2 \cos^2(\omega_o t + \varphi) \quad \text{Or } \omega_o^2 = \frac{1}{LC}.$$

$$E = \frac{1}{2C} q_m^2 (\cos^2 + \sin^2) = \frac{1}{2C} q_m^2$$

$$\text{Remarque : } \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$$

Afdal Ali