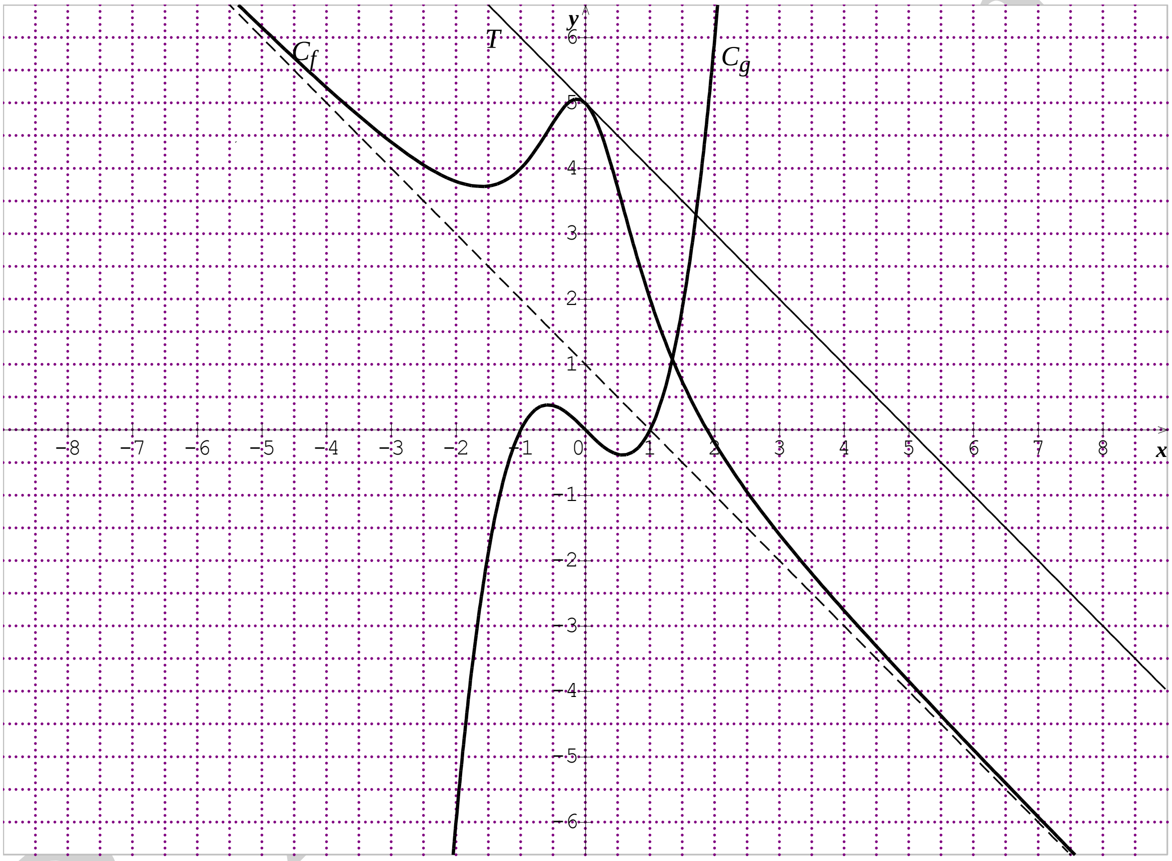
| | | |
|---|---|---|
| **Lycée :ELAMEL Fouchana** | **Devoir de contrôle n°1** | **Prof : B.Zouhaier** |
| **Classe : 4émeSC1** | **Novembre 2013** | **Durée : 2 heures** |

***Exercice N°1*** **: (4 points)** Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse

1. Si $z_1$ et $z_2$ sont les solutions de l'équation : $z^2 + (1+i)z + 4\cos\theta = 0$ alors : $(z_1)^2 + (z_2)^2 = 2i - 8\cos\theta$
2. Si $\theta$ est un réel donné alors $\mathrm{Arg}(-2i\, e^{-i\theta}) \equiv \frac{3\pi}{2} - \theta [2\pi]$
3. Soient $f$ et $g$ les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par leurs courbes représentatives suivantes :




- $C_g$ admet deux branches infinies paraboliques de direction (yy')
- $\Delta : y = -x + 1$ est une asymptote à $C_f$ au voisinage de -∞ et de +∞
- $f$ est dérivable en 0 et $T$ est la tangente à $C_f$ au point d'abscisse 0

a) $\lim_{x \to -\infty} \frac{g(x)}{x} = -\infty$

b) La courbe de $fog$ admet une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$

c) $\lim_{x \to +\infty} gof(x) = +\infty$

d) $f'(0) = -1$

***Exercice N°2*** **: (5 points)**

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $2Z^2 - \sqrt{3}\,(\sqrt{3}+i)Z + 1 + \sqrt{3}\, i = 0$

2. $(o,\vec{u},\vec{v})$ étant un repére orthonormé du plan A et B deux points d'affixes respectives $Z_A=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $Z_B= iZ_A$ et I le milieu de [AB]

   a)Donner la forme exponentielle de $Z_A$ et $Z_B$

   b)Placer les points A, B et I dans le repère $(o,\vec{u},\vec{v})$

   c)Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle

   d)En déduire la forme exponentielle de $Z_I$

***Exercice N°3*** **: (6 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et z un nombre complexe non nul

M et M'd'affixes respectives z et z' tel que $z' = -\frac{1}{\bar{z}}$

1. Montrer que les points O,M et M'sont alignés
2. Montrer que $\overline{z' + 1} = \frac{1}{z}(z-1)$
3. Soit A et B les points d'affixes respectives 1 et (-1). On désigne par $(\mathcal{C})$ le cercle de centre A et de rayon OA et M (z) un point de $(\mathcal{C})$

   a)Vérifier que $|z-1|=1$

   b)Montrer que $|z'+1|=|z'|$ et interpréter géométriquement cette égalité

   c)Déduire de ce qui précède une construction géométriquement du point M' à partir de M
4. On suppose que $z\neq 1$ et $M_1$ le symétrique de M par rapport à $(O,\vec{u})$

   a) On pose $a = \frac{z'+1}{z'-1}$ . Exprimer $a$ en fonction de $\bar{z}$

   b)Donner une interprétation géométrique de $\text{Arg}(a)$

***Exercice N°4*** **: (5 points)**

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} -x + \sqrt{x^2 + x + 1} & , \; si \; x < 0 \\ \frac{x\sin(\frac{1}{x})}{x^2+5} + 1 & , si \; x > 0 \end{cases}$

1. a)Calculer $\lim_{-\infty} f$

   b)Montrer que $\Delta: y = -2x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$
2. Calculer $\lim_{+\infty} f$ et interpréter graphiquement le résultat
3. Montrer que $f$ est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement $g$
4. Etudier la dérivabilité de $g$ en 0

*Rien ne sert à courir il faut partir à point*