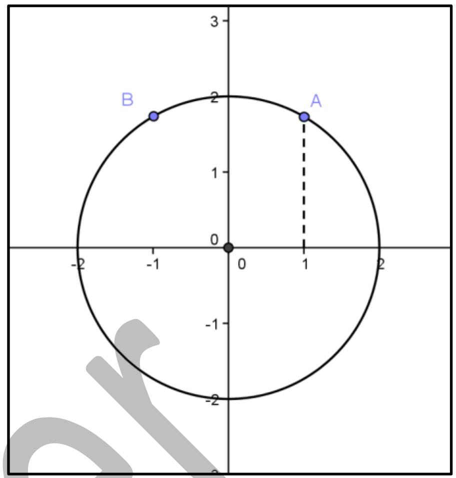
Lycée *: Elamal Fouchana* ***Prof*** *: B.Zouhaier*	***Devoir de contrôle n°1***	***Classe*** *:4éme SC_4* ***Date****: Novembre 2013*

Exercice n°1 : (4points)

Indiquer la bonne réponse, aucune justification n'est demandée :



I /(o ;$\vec{u}$;$\vec{v}$) *désigne un repére orthonormé du plan , C le cercle de centre o de rayon 2 , A un point de C d'abscisse 1 et B son symétrique par rapport à (o ; $\vec{v}$) (voir figure ci-contre)*

1. *Le point A est d'affixe :*
   a)(1+2i) ; b)($1+i\sqrt{3}$) ; c)($\sqrt{3}+i$)
2. *Le point B est d'affixe :*
   a)$2e^{i\frac{2\pi}{3}}$; b) $2e^{i\frac{5\pi}{6}}$; c) - $e^{i\frac{2\pi}{3}}$

II/Répondre par Vrai ou Faux en justifiant la réponse

1. *Arg($-2ie^{i\theta}$)$\equiv \theta + \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ pour tout réel θ*
2. $\lim_{x\to+\infty} E\left(\frac{x}{x+1}\right) = 1$, *E désigne la fonction partie entière*

Exercice n°2 : (6points)

1. *Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (2+i)z + (1+i)=0$*
2. *Soit l'équation (E') : $z^2 - (1+i+e^{i\theta})z + (1+i)\,e^{i\theta}=0$ où $\theta \in [0;2\pi[$*
   a)Vérifier que $e^{i\theta}$ est une solution de (E')
   b) Déterminer l'autre solution de (E')
3. *Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$). On considére les points A, B, C et M d'affixes respectives : $z_A = 1$; $z_B = 1+i$;$z_C = 2+2i$ et $z_M = e^{i\theta}$*
   a)Ecrire z_B sous forme exponentielle
   b) Vérifier que $e^{i\theta} - 1 = 2\sin\frac{\theta}{2}\, e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)}$
   c)Déterminer le réel θ pour que le quadrilatère AMBC soit un parallélogramme

Exercice n°3 : (6points)

Soit f la fonction définie sur IR\ {0}par f(x) = $\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1} - 2 & si\ x > 0 \\ \frac{x-\sin x}{x} & si\ x < 0 \end{cases}$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1. *a)Calculer* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
   b) Montrer que (C_f) admet une branche infinie parabolique au voisinage de $+\infty$ dont-on déterminera la direction

2. *a)Vérifier que pour tout* $x < 0$; $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq \frac{-1}{x} + 1$

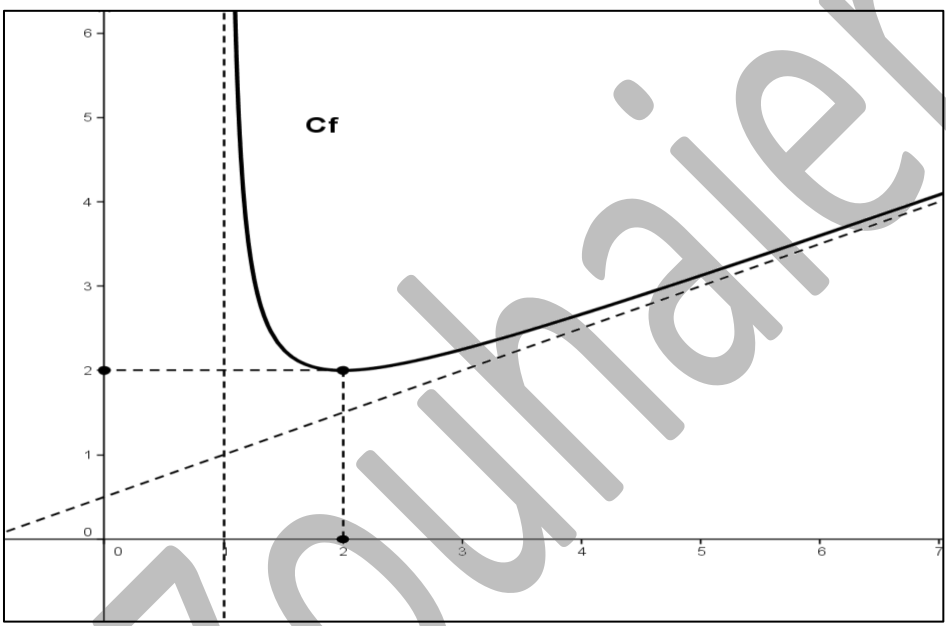
   b)Déduire $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ *et interpréter graphiquement le résultat*

3. *Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement F*

4. *a)Vérifier que F est continue sur] - ∞ ; 0]*

   b)Montrer que l'équation F(x) = $\frac{1}{2}$ *admet au moins une solution* α *dans] –π ; 0[*

<u>Exercice n°4 : (4points)</u>



Soit f la fonction définie sur]1 ;+∞[par sa courbe représentative suivante :

- *La droite d'équation x = 1 est une asymptote verticale à* C_f
- *La droite d'équation y=* $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ *est une asymptote à* C_f *au voisinage de +∞*

1. *Déterminer à partir du graphique*

   a)$\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ *et* $\lim_{x \to 1^+} fof$

   b)Le tableau de variation de f et f( ]1 ; 2[ )

   c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(4x)}{x-2}$ *et* $\lim_{x \to 2} \frac{1}{f(x)-2}$

2. *Soit g la fonction définie par g(x) =* $\begin{cases} \sqrt{f(x) - x} & si 1 < x \leq 2 \\ \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} - 4 & si\ x > 2 \end{cases}$

   a)Montrer que g est continue en 2

   b)gof est-elle continue en 2 ? justifier

   c)Déterminer $\lim_{x \to 1^+} gof$