Lycée Mahmoud Elmesaadi ELFAHS	DEVOIR DE CONTROLE N° 1	Prof :Ben HMIDENE. T	
A.S 2013-2014	MATHEMATIQUES	4math	Durée : 2h

Exercice n°1 (4points)

Répondre par vraie ou faux en justifiant

1)Soit f la fonction définie sur $[0\,,+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}$

L'équation f(x) =2 admet une unique solution $\alpha \in\ ]0\,,1[$

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

$f(]-\infty,1])=[0\,,1[$

3) L'ensemble des points M(z) tel que $\bar{z}=i+2i\,e^{i\theta}$ est un cercle de centre A(i) et de rayon2

4) Soit $Z=\dfrac{i\,z}{z-2}$; si $z=2e^{i\theta}$ alors Z est un réel

Exercice n°2 (5points)

Soit un plan P rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On note I le point d'affixe 1 + i , M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z'.

Soit f l'application du plan complexe qui à tout point M (z) associer le point M' (z') tel que $z'=2iz+3-i$

1) Déterminer les affixes des points invariants par f.

2) Montrer que $\dfrac{z'-z_I}{z-z_I}$ est un imaginaire pur, et en déduire la nature du triangle IMM'.

3) a) Montrer que 2 IM = IM'

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle de centre I et de rayon 1

4)En prend z =2 + i déterminer l'affixe du point N tel que IMNM' est un parallélogramme

Exercice n°3 (5points)

1)a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(2e^{i\theta}+i)z+i\,e^{i\theta}+e^{2i\theta}=0$. $\theta\in[0\,,\pi]$

b) Ecrire les solutions sous forme exponentielle.

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A

M et N d'affixes respectives : i , $e^{i\theta}$ et $i+e^{i\theta}$

a)Montrer que OANM est un losange.

b) Pour quelle valeur de θ, OANM est un carre'.

3) Déterminer l'ensemble des points N lorsque θ decrit $[\,0\,,\,\pi\,]$

4)a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 = 2(-1-\sqrt{3}i)$

b) Ecrire les solutions sous forme cartésienne

Exercice n°4 (6points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ dans l'annexe ci-joint la courbe (Cf) est la représentation graphique d'une fonction définie sur $[\,0\,,+\infty\,[$

la courbe (Cf) passe par les points des coordonnées A (1,0) et B (a , -a)

- *(Cf)admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point B.*
- *La droite(D)est la tangente à (Cf) au point A .*
- *(Cf) admet une demi tangente verticale au point O.*
- *(Cf) admet une branche parabolique de direction $(O\,,\vec{j}\,)$au voisinage de $+\infty$*

1)*Par lecture graphique.*

a) *Déterminer* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ *et* $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)}{x}$

b) *Déterminer f '(a) et f '(1)*

c) *Dresser le tableau de variation de f*

2) Soit $g(x) = \dfrac{-1+\sqrt{x^2+1}}{x}$ *calculer* $\lim_{x\to 0^+} g\left(\dfrac{x}{f(x)}\right)$

3) Soit h la fonction définie par :

$$\begin{cases} h(x) = f(x)\ si\ x \geq 0 \\ h(x) = g(x)\ si\ x < 0 \end{cases}$$

a)Montrer que h est continue en 0

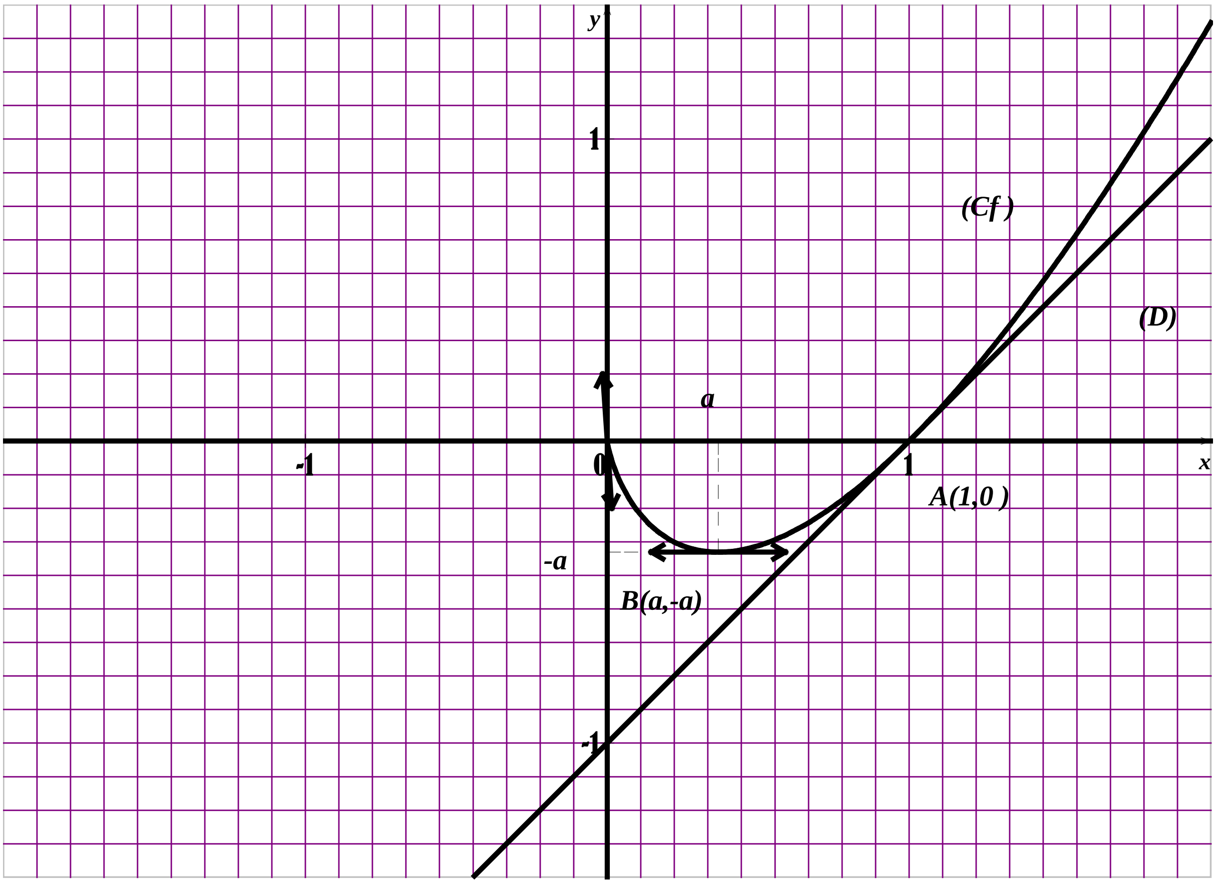
b)Etudier la dérivabilité de h à gauche en 0

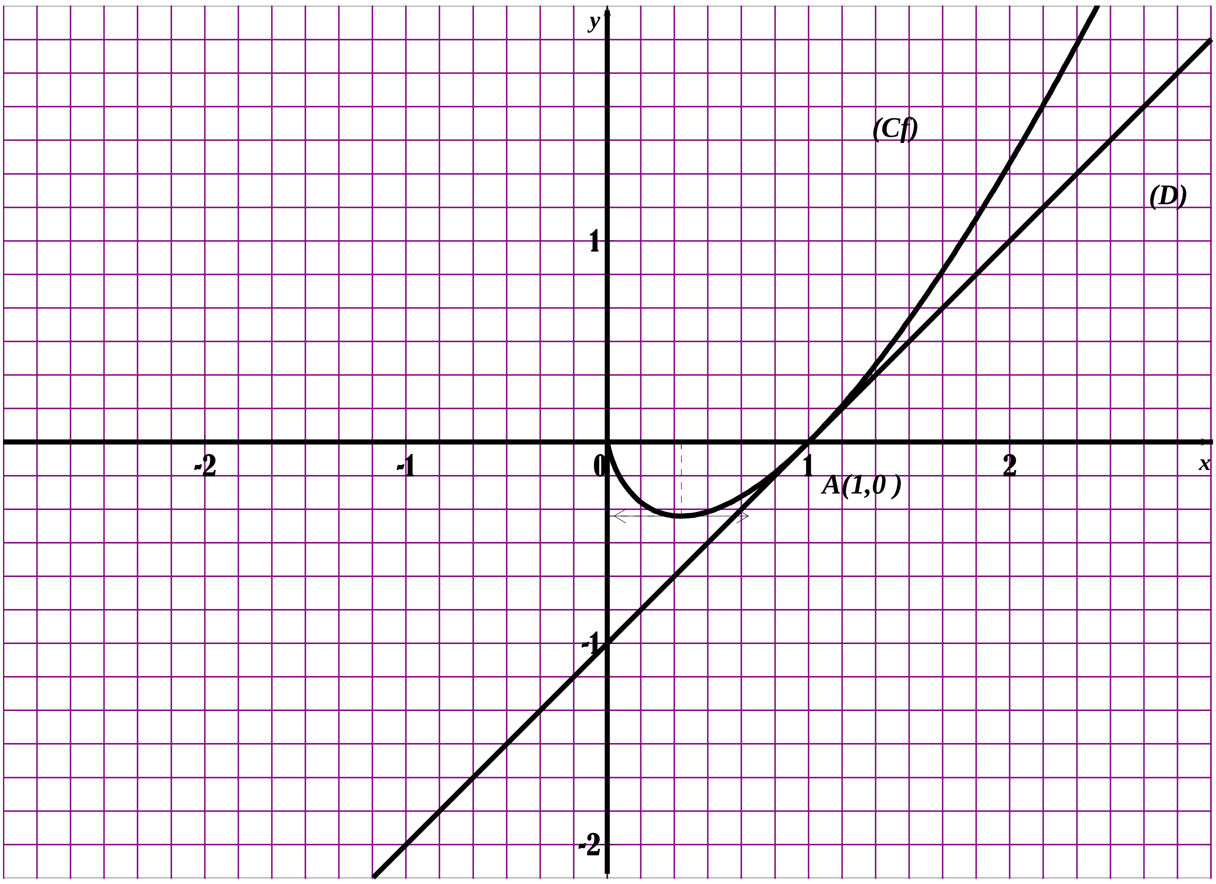
4)Dresser le tableau de variation de h pour $x < 0$

5)Completer la representation graphique de h sur l'annexe .

ANNEXE A RENDRE **:**

Nom **:** ***Prénom*** **:**




y
(Cf)
(D)
1
-2
-1
0
1
2
x
A(1,0)
-1
-2