

Exercice 1

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ $I = [2, 3]$ b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ $I =]-\infty, 4]$
 c) $f(x) = \frac{2x - 1}{3x - 2}$ $I = [1, 3]$ d) $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 1}$ $I = [0, 2]$

Exercice 2

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{x + 3}{x - 2}$ 2) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ 3) $f(x) = \frac{-3}{|x| - 2}$ 4) $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 4}$
 5) $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 - \sqrt{x + 2}}$ 6) $f(x) = \sqrt{1 - \frac{4}{|x^2|}}$ 7) $f(x) = \frac{\sqrt{|x| - 2}}{x + 1}$
 8) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 3x + 2}$ 9) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 5x - 3}$ 17) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}}$

Exercice 3

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :

- 1) La fonction $f(x) = x^3$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-5, 6\}$ est impaire.
- 2) La fonction $f(x) = -2x^2$ définie sur $[-8, 0[\cup]0, 8]$ est paire.
- 3) La fonction $f(x) = \frac{-x}{1-x}$ est croissante sur $]1, +\infty[$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) - 2f(-x) = x^6 - 2x^2$

- 1) Montrer que la fonction f est paire.
- 2) Déterminer $f(x)$.

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3(2x + 5)^2 - 4$

- 1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) \geq -4$
- 2) Montrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a : $f(a) - f(b) = 12(a + b + 5)(a - b)$
- 3) En déduire la monotonie de f sur les intervalles $] -\infty, -\frac{5}{2}]$ et $[-\frac{5}{2}, +\infty[$

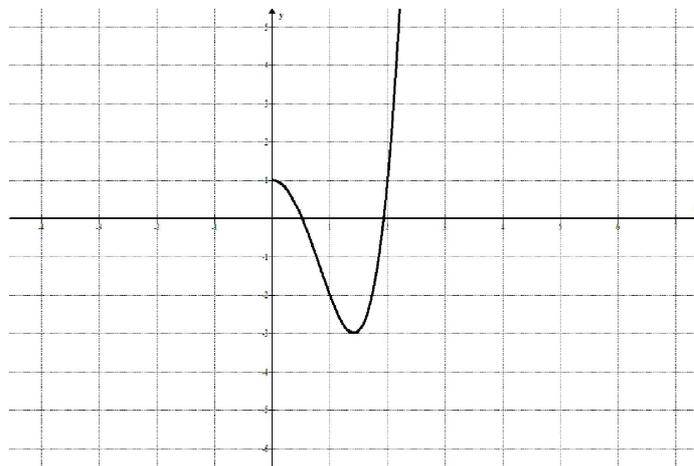
Exercice 6

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |x| + |x - 2| + |4 - x|$

- 1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles.
- 2) Tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

Exercice 7

On a tracé ci-dessous une branche d'une fonction f paire et définie sur \mathbb{R} . Acheter le tracé.



Exercice 8

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty, 1]$
b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$

Exercice 9

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

Exercice 10

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x$

- 1) Montrer que f est impaire
- 2) a) Soient a et b deux réels distincts, montrer que :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = b^2 + ab + a^2 - 3$$

- b) En déduire que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 1]$ et $[1, +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[-1, 1]$

Exercice 11

Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x) = 3x^4 + x^2$ $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

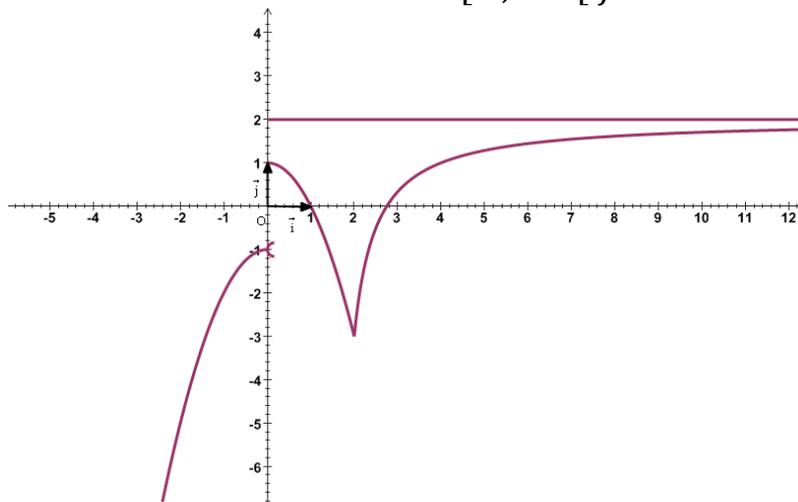
$$f(x) = -2x^2 + 3|x| - 1 \quad f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + |x|} \quad f(x) = 3x^2 - 2x$$

Exercice 12

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f .

Cocher la ou les bonnes réponses dans chacune des questions suivantes :

- a) La fonction f est définie sur \mathbb{R}^*
- b) La fonction f admet un maximum absolu égale à 2
- c) L'équation $f(x) = -1$ admet dans \mathbb{R} trois solutions.
- d) La restriction de la fonction à l'intervalle $[0, +\infty[$ f est bornée



Exercice 13

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |x - 2| + 2|x|$

- 1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles
- 2) Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
- 3) résoudre l'inéquation $f(x) \leq 3 - x$

Exercice 14

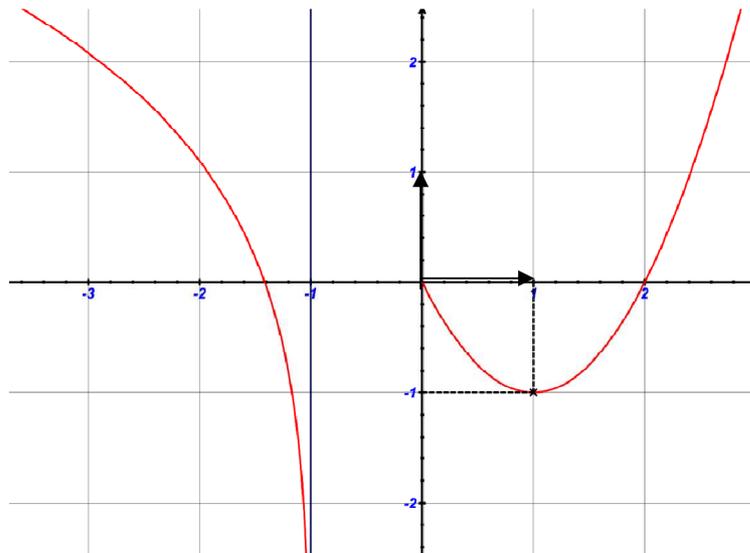
Soit les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 6x + 4$ et $g(x) = x^2$

On désigne par C_g la courbe de la fonction g et par C_f celle de la fonction f .

- 1) Montrer qu'il existe trois réels a , α et β tel que $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.
- 2) En déduire alors que $C_f = t_{\vec{u}}(C_g)$ où \vec{u} est un vecteur à préciser.
- 3) Etudier les variations de g et tracer dans le même repère C_g et C_f .
- 4) Donner un minorant de f en justifiant la réponse.

Exercice 15

On donne ci-contre la courbe d'une fonction f .



1) Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. Cocher la bonne réponse

a) La fonction f est définie sur :

\mathbb{R} $] -\infty, -1[\cup] 0, +\infty[$ $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$

b) L'équation $f(x) = 0$ admet :

une solution deux solutions trois solutions

c) L'image de l'intervalle $] -\infty, -1[$ par la fonction f est :

\mathbb{R} $] -\infty, 0]$ $] -\infty, -1[$

d) Sur l'intervalle $] 0, +\infty[$ la fonction f est :

bornée minorée ni majorée ni minorée

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = f(|x|)$

a) Etudier la parité de g .

b) Tracer C_g la courbe représentative de la fonction g .