Lycée Jammel 3	**Série 1**	*Afli Ahmed*
20/09/2013	Complexes	**4M**

❖ **Exercice 1 :**

1. °/ On considère les nombres complexes : a = 1+ i ; b = $(a + i)(\bar{a} + i)$ et c = $(b + i)(\bar{b} + i)$

a. Calculer b et c .

b. Dans le plan complexe rapporté à un RON (O; i,j) , placer les images respectives A, B et C des nombres a ,b et c,

puis tracer le cercle de diamètre [AC].

c. Montrer que le point B appartient à ce cercle

2. °/ Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation d'inconnue z : $(z + i)(\bar{z} + i) = 0$

Placer sur la figure précédente les images S et T des solutions

3. °/ a. Déterminer, puis tracer sur le graphique :

- L'ensemble E des points d'affixes z tel que $(z + i)(\bar{z} + i)$ soit réel.
- L'ensemble E' des points d'affixes z tel que $(z + i)(\bar{z} + i)$ soit imaginaire pur .

b. En utilisant les deux ensembles E et E', retrouver les résultats de la question 2°/

❖ **Exercice 2 :**

Soit les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$, $z_2 = 2 + 2i$ $et\ Z = \frac{z_1}{z_2}$

1. / Ecrire Z sous forme algébrique.

2. / Donner les modules et arguments de z_1 z_2 et Z

3. / En déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

4. / Le plan est muni d'un repère ortho normal ;on prendra 2cm comme unité graphique.

On désigne par A,B et C les points d'affixes respectives z_1 , z_2 , Z.

Placer le point B , puis placer les points A et C en utilisant la règle et le compas

5. / Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe Z^{2007}

❖ **Exercice 3 :**

Déterminer le module et l'argument du nombre complexe z = $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$

Vérifier que z^{12} est réel.

❖ **Exercice 4 :**

On donne deux nombres réels a et x. calculer le module et l'argument du nombre complexe : z = $\frac{a\,(1+itgx)^2}{1+tg^2x}$

❖ **Exercice 5 :**

Déterminer le module et l'argument du nombre complexe : z = 1 + itgx avec x ∈]0, π[

- **Exercice 6 :**

Déterminer les réponses correctes

1./ L'ensemble des points M(z) tels que $|z| = z$ est

Une droite   un cercle   une demi-droite

2./ L'ensemble des points M(z) tels que , arg(z + i) ≡ $\frac{\pi}{2}(2\pi)$ est

Une demi-droite   un demi-cercle   une droite

3./pour tout nombre complexe z , $|z + i|^2$ est égal à :

$|z|^2 + 1$ $|z|^2 + 2Im(z) + 1$ $z^2 \quad + 1$

4./Soit z un nombre complexe d'argument $-\frac{\pi}{3}$, un argument du nombre complexe $-i\bar{z}^2$ est :

$\frac{5\pi}{6}$ $-\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{6}$

5./ A,B, C sont trois points d'affixes respectives : 1 + 2i , -2 +3i , -1 - 4i .une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ est :

$\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{4}$

- **Exercice 7 :**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O; u,v) ; unité graphique 2cm.On désigne par A le point d'affixe $z_A = 1$, et par (C) le cercle de centre A et de rayon 1

Partie A

Soit F le point d'affixe 2 , B le point d'affixe $z_B = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$ et E le point d'affixe (1+ ${z_B}^2$).

1. / a. Montrer que le point B appartient au cercle (C).

b. Déterminer une mesure en radians de l'angle de vecteurs $(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB})$.Placer le point B.

2. / a. Déterminer la forme exponentielle des nombres complexes $(z_B - z_A)$ et $(z_E - z_A)$.

b. En déduire que les points A,B et E sont alignés.

Partie B

Pour tout nombre complexe z tel que z≠ 1, on considere les points M et M' d'affixes respectives z et z' = 1+ z^2.

1. / Pour z≠0 et z≠ 1 , donner , à l'aide des points A,M et M' , une interprétation géométrique d'un argument du nombre complexe $\frac{z'-1}{z-1}$

2. / En déduire que A,M et M' sont alignés si et seulement si $\frac{z^2}{z-1}$ est un réel.

Bon travail