

# Mathématiques



Terminale  
Scientifiques

## Nombres complexes



Enseignant : Abdessattar El-Faleh

Année Scolaire : 2013 - 2014

*Lycée Secondaire Ali Youaoui Boudjeb*

*Laayoun*

Terminale Scientifiques

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin(x)}}{\sqrt{\sin(x)} + \sqrt{\cos(x)}} dx$$

**01** Soit  $z$  un nombre complexe tel que  $|z|=1$ . Calculer  $|1+z|^2 + |1-z|^2$ .

**02** Soit  $z$  un nombre complexe.

Montrer que si ( $|z|=1$  et  $z \neq 1$ )  $\Rightarrow i \left( \frac{z+1}{z-1} \right) \in \mathbb{R}$

**03** Soit  $z$  un nombre complexe tel que  $|z| \neq 1$ .

Montrer que  $\left| \frac{1-z^n}{1-z} \right| \leq \frac{1-|z|^n}{1-|z|}$ ;  $n \in \mathbb{N}^*$

**04** Soit  $z$  un nombre complexe tel que  $|1+z| < \frac{1}{2}$ .

Montrer que  $|1+z^2| > 1$

**05** Soient  $m \in \mathbb{C}$ ,  $a$  et  $b$  les racines de l'équation  $z^2 + 2mz + 1 = 0$ .

Montrer que  $|a| + |b| = |m+1| + |m-1|$

**06** Soient  $A(a), B(b), C(c)$  et  $D(d)$  quatre points du plan deux à deux distincts.

On suppose que  $(a+b)(c+d) = 2(ab+cd)$ .

Montrer que  $A, B, C$  et  $D$  sont cocycliques ou alignés.

**07** Soit  $(E) = \left\{ M(z), z \in \mathbb{C}^* / A(z), B(z^2) \text{ et } C\left(\frac{1}{z}\right) \text{ sont alignés} \right\}$

Déterminer et construire l'ensemble  $(E)$ .

**08** a) Déterminer le module et un argument des nombres complexes

$z = e^{i\theta} + 1$  et  $z' = e^{i\theta} - 1$ ;  $\theta \in ]-\pi, \pi[$ .

b) En déduire le module et un argument de  $\frac{\cos(\theta) + i \sin(\theta) + 1}{\cos(\theta) + i \sin(\theta) - 1}$ ;  $\theta \in ]-\pi, \pi[$

**09** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes:

$z^n + 2z^{n-1} + \dots + 2z^2 + 2z + 1 = 0$ ;  $z^{2013} = \bar{z}$ ;  $3z^2 - 5|z^2| + 2 = 0$

«La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile  
les supercheries et les erreurs de calcul »

GALILE