

Mathématiques



Terminale
Scientifiques

Nombres complexes



Enseignant : Abdessattar El-Faleh

Année Scolaire : 2013 - 2014

Lycée Secondaire Ali Youaoui Boudjeb

Laayoun

Terminale Scientifiques

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin(x)}}{\sqrt{\sin(x)} + \sqrt{\cos(x)}} dx$$

01 Soit z un nombre complexe tel que $|z|=1$. Calculer $|1+z|^2 + |1-z|^2$.

02 Soit z un nombre complexe.

Montrer que si ($|z|=1$ et $z \neq 1$) $\Rightarrow i \left(\frac{z+1}{z-1} \right) \in \mathbb{R}$

03 Soit z un nombre complexe tel que $|z| \neq 1$.

Montrer que $\left| \frac{1-z^n}{1-z} \right| \leq \frac{1-|z|^n}{1-|z|}$; $n \in \mathbb{N}^*$

04 Soit z un nombre complexe tel que $|1+z| < \frac{1}{2}$.

Montrer que $|1+z^2| > 1$

05 Soient $m \in \mathbb{C}$, a et b les racines de l'équation $z^2 + 2mz + 1 = 0$.

Montrer que $|a| + |b| = |m+1| + |m-1|$

06 Soient $A(a), B(b), C(c)$ et $D(d)$ quatre points du plan deux à deux distincts.

On suppose que $(a+b)(c+d) = 2(ab+cd)$.

Montrer que A, B, C et D sont cocycliques ou alignés.

07 Soit $(E) = \left\{ M(z), z \in \mathbb{C}^* / A(z), B(z^2) \text{ et } C\left(\frac{1}{z}\right) \text{ sont alignés} \right\}$

Déterminer et construire l'ensemble (E) .

08 a) Déterminer le module et un argument des nombres complexes

$z = e^{i\theta} + 1$ et $z' = e^{i\theta} - 1$; $\theta \in]-\pi, \pi[$.

b) En déduire le module et un argument de $\frac{\cos(\theta) + i \sin(\theta) + 1}{\cos(\theta) + i \sin(\theta) - 1}$; $\theta \in]-\pi, \pi[$

09 Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes:

$z^n + 2z^{n-1} + \dots + 2z^2 + 2z + 1 = 0$; $z^{2013} = \bar{z}$; $3z^2 - 5|z^2| + 2 = 0$

«La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile
les supercheries et les erreurs de calcul »

GALILE