

# Devoir de Synthèse n°02 (4<sup>ème</sup> E.G)

\* \* Durée 02 h \* \*

## Exercice n°01(5 pts):

A- On donne le tableau de variation d'une fonction  $f$  :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +		-
$f(x)$	↗ 2	↘ +∞	↗ -1	↘ +∞	↘ 2

1- Déterminer  $D_f$ .(0,5 pt)

2- Déterminer les asymptotes à  $(C_f)$ . ( Courbe de  $f$ ). (1,5 pts)

3- Déterminer le nombre de solution de l'équation  $f(x) = 1$ . (0,5 pt)

4- Tracer  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (1,5 pts)

B- Une société dont le chiffre d'affaire est de 600.000DT , prévoit de l'augmenter de 5 %/ par an.

Au bout de quel nombre d'années peut-on avoir un chiffre d'affaire supérieur ou égal à 900.000DT ?(1 pt)

## Exercice n°02(6 pts):

Soient  $g(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$  et  $(C_g)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

1- Déterminer  $D_g$ .(0,5 pt)

2- Montrer que  $g$  est une fonction impaire.(0,5 pt)

3- a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$  et en déduire  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x)$ .(0,5 pt)

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.(0,5 pt)

4- a) Montrer que pour tout  $x \in ]-1, 1[$ , on a :  $g'(x) = \frac{2}{x^2-1}$ .(0,5 pt)

b) Dresser le tableau de variation de  $g$ .(1 pt)

5- a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $D_g$  sur un intervalle  $I$  que l'on précisera. (0,5 pt)

b) Déterminer  $g^{-1}(x)$  ;(  $g^{-1}$  est la fonction réciproque de  $g$  ).(0,5 pt)

6- Construire  $(C_g)$  et  $(C_{g^{-1}})$  dans un même repère.(1,5 pts)

**Exercice n°03(3 pts):**

Soit  $u_n = \int_{-1}^0 \frac{e^{nt}}{1+e^t} dt$  ;  $n \in \mathbb{N}^*$

1- Calculer  $u_1$ . **(0,5 pt)**

2- a) Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est décroissante. **(0,5 pt)**

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n \geq 0$ . **(0,5 pt)**

c) En déduire que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est convergente. **(0,5 pt)**

3- a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n \leq \frac{1}{n} (1 - e^{-n})$ . **(0,5 pt)**

b) En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ . **(0,5 pt)**

**Exercice n°04(6 pts):**

Considérons la série statistique double suivante donnant la vitesse  $Y$  en km/h d'une voiture suivant la consommation d'essence  $X$  en litres.

$X$ en litres	4,2	5	5,2	6	6,5	7	7,7	8,5	9
$Y$ en km/h	60	70	80	90	100	110	120	130	140

1- Calculer  $\bar{X}, \bar{Y}, V(X)$  et  $V(Y)$ . **(2 pts)**

2- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$  des variables  $X$  et  $Y$ . **(1,5 pts)**

b) Un ajustement linéaire entre  $X$  et  $Y$  est-il justifié ? **(0,5 pt)**

3- Déterminer une équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$ . **(1 pt)**

4- Estimer la consommation d'essence d'une voiture qui roule à une vitesse de 170 km/h. **(1 pt)**

► ■ Remarque : Les calculs seront faits à  $10^{-3}$  près.