

Devoir de contrôle n°01
(Durée 01 h 30 mn)

Exercice n°01 (4pts) :

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse :

Une bonne réponse rapporte 1 point . Une mauvaise réponse ou absence de réponse enlève (-1) point. Si le total des points est négatif, la note globale sera ramenée à 0.

❶ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{3x^3 - 5}{x^2 + 1} \right) = 0$

❷ $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} \right) = \frac{1}{4}$

❸ Si une fonction f vérifie : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq \frac{3x+1}{x^2+1}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

❹ Le domaine de définition de la fonction g définie par :

$$g(x) = \sqrt{-|x-2|} \text{ est } D_g = [2, +\infty[$$

❺ Toute matrice Carrée est inversible.

❻ La matrice A du système (S) : $\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ -2y + x + \sqrt{2} = 0 \end{cases}$ est $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

❼ Soient A, B et C trois matrices non nuls , on a : $A \times B = C \Rightarrow A = \frac{C}{B}$

❽ La fonction h définie par : $h(x) = \frac{x + \cos(x)}{x^2 + 1}$ est une fonction rationnelle.

Exercice n°02 (8pts) :

1- Soient $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

a) Calculer $\det(A)$. (1 pt)

b) En déduire que A est inversible. (0,75 pt)

2- a) Calculer $A \times B$. (1,25 pts)

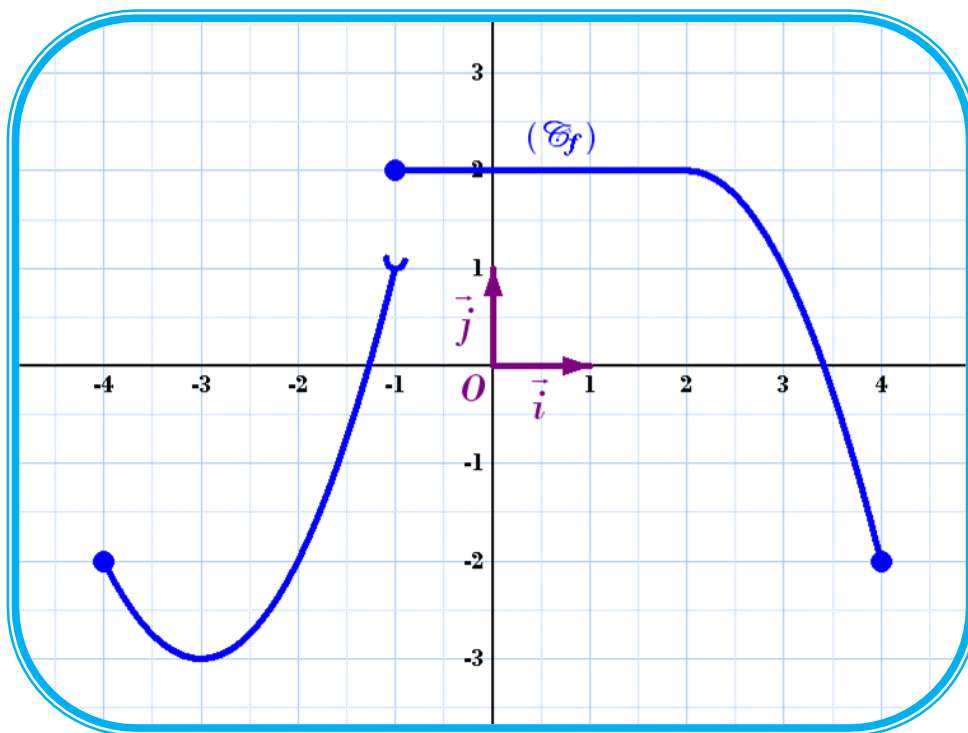
b) En déduire A^{-1} . (1,25 pts)

3- Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) : $\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ y - z = -2 \\ x + 2z = 5 \end{cases}$ (1,5 pts)

Exercice n°03 (8pts) :

N.B : Les questions 1- et 2- sont indépendantes.

La figure ci-dessous et la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .



1- Déterminer graphiquement :

a) D_f (le domaine de définition de la fonction f) (1 pt)

b) $f([-4, -2])$ et $f([-2, 1])$ (1,5 pts)

c) Le nombre de solution de l'équation $f(x) = -1$ (1 pt)

d) Le domaine de continuité de f (1 pt)

2- Soit $g(x) = -3 + \frac{\cos(x^2 + 2)}{\sqrt{x^2 + 2}}$

a) Déterminer D_g (1,5 pts)

b) Montrer que pour tout $x \in D_g$, on a : $-\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}} \leq g(x) + 3 \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ (1 pt)

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) + 3]$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (1 pt)



Bon travail