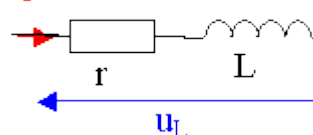


Dipôle RL

I) La bobine en convention récepteur

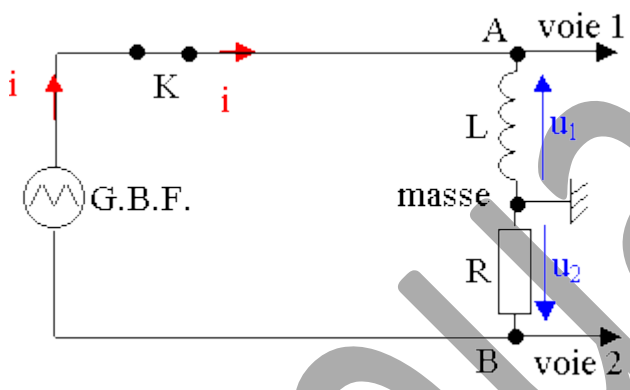
1) Description et symbole :

Une bobine est un dipôle constitué d'un enroulement d'un fil conducteur de faible résistance r , enrobé d'un isolant.

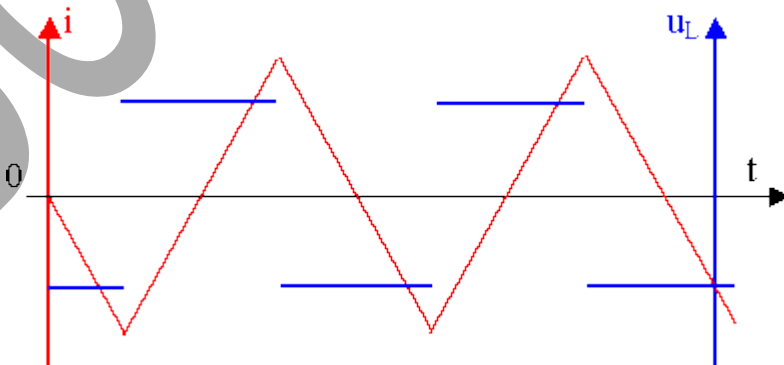
i Une bobine est équivalente à l'association en série d'une bobine de résistance nulle et d'un conducteur ohmique de résistance r .
 Son symbole est donc celui de l'association d'une résistance r et d'une bobine de résistance nulle :

En convention récepteur, u et i sont en sens opposé.

2) Etude expérimentale :

 On réalise le montage ci-contre :
 On choisit une tension périodique triangulaire pour le générateur.
 On visualise les tensions, on peut utiliser un oscilloscope ou un ordinateur munie d'une interface.
 La voie 1 permet de visualiser la tension de la bobine et la voie 2 montre la tension u_2 , soit $-R \cdot i$

On peut inverser la voie 2 pour montrer u_R . Cette voie montre au coefficient R près la variation de l'intensité i .



3) Relations pour une bobine :

L'intensité i est triangulaire de période T . Sur une demi-période de 0 à $T/2$, la courbe est une droite, $i = a \cdot t + b$, $di/dt = a = \text{constante}$.

Ceci est valable quelque soit l'intervalle choisi, seul le signe de a change.

La tension u_L est aussi constante sur une demi-période, on peut donc écrire :
 $u_L = L \cdot di/dt$ avec L constante, appelée inductance de la bobine , son unité est le Henry (H)

$u_L = L \cdot di/dt$ avec L en henry (H) (dans le cas d'une bobine de résistance r négligeable)

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, c'est une association série d'un conducteur ohmique et d'une bobine de résistance nulle. :

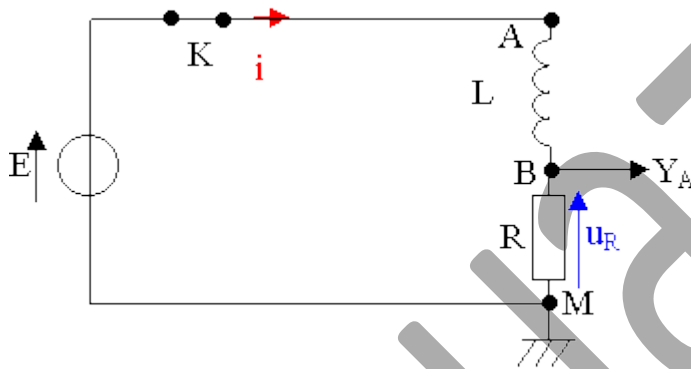
$$u_L = r \cdot i + L \cdot di/dt$$

4) Energie stockée par une bobine :

$$E_L = \frac{1}{2} L \cdot i^2 \quad \text{avec } E_L \text{ en joule (J) , } L \text{ en henry (H) et } i \text{ en ampère (A)}$$

II) Etude d'un dipôle RL soumis à un échelon de tension :

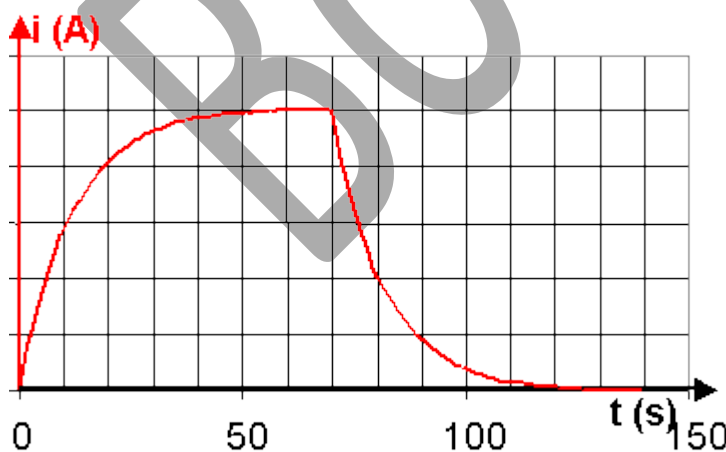
1) Etude expérimentale



On réalise le montage ci-contre :

L'ordinateur permet de tracer la courbe $i = f(t)$
 ($i = u_R / R$)

On choisit un générateur de tension continu E.



On ferme l'interrupteur K à $t = 0$ s et on l'ouvre à $t = 70$ s.

Observations :

Lorsqu'on ferme l'interrupteur, l'intensité i croît progressivement de manière asymptotique jusqu'à une valeur maximale.

Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, l'intensité i décroît progressivement de manière asymptotique jusqu'à une valeur minimale.

Interprétations :

Lorsqu'on ferme l'interrupteur, le courant s'installe progressivement, sans la bobine, il aurait instantanément la valeur finale. La bobine s'oppose à l'apparition du courant.

Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, le courant diminue progressivement, sans la bobine, il s'annulerait instantanément, la bobine s'oppose à la disparition du courant.

Conclusion: Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant dans le circuit.

2) Etude théorique :

a) A l'établissement du courant :

Etude de l'intensité i :

Loi d'additivité : $u_R + u_L = E \Rightarrow R.i + L.di/dt = E$ (1) (équation différentielle pour i)

solution de l'équation : $i = a + b.e^{-t/\tau}$; $di/dt = -b.e^{-t/\tau}/\tau$

(1) $R.(a + b.e^{-t/\tau}) - L.b.e^{-t/\tau}/\tau = E$ Ceci est valable quelque soit l'instant t, il faut donc :

$$R.a = E \text{ et } R.b - L.b/\tau = 0 \Rightarrow a = E/R \text{ et } \tau = L/R$$

τ est la constante de temps du dipôle RL .

Pour déterminer b, on utilise la valeur de i à $t = 0$ s : $i = 0 = E/R + b.e^0 \Rightarrow b = -E/R$

$$i = E/R (1 - e^{-t/\tau}) \text{ avec } \tau = L/R \text{ (en s)}$$

Etude de la tension u_L :

$$u_L = L.di/dt = L.E/R.e^{-t/\tau}/\tau \text{ avec } \tau = L/R \Rightarrow u_L = E.e^{-t/\tau}$$

On peut aussi utiliser la loi des tensions : $u_L + u_R = E \Rightarrow u_L = E - R.(E/R (1 - e^{-t/\tau})) = E.e^{-t/\tau}$

$$u_L = E.e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = L/R$$

b) A la rupture du courant :

Etude de l'intensité i :

Loi d'additivité : $u_R + u_L = 0 \Rightarrow R.i + L.di/dt = 0$ (1) (équation différentielle pour i)

solution de l'équation : $i = a + b.e^{-t/\tau}$; $di/dt = -b.e^{-t/\tau}/\tau$

(2) $R.(a + b.e^{-t/\tau}) - L.b.e^{-t/\tau}/\tau = 0$ Ceci est valable quelque soit l'instant t, il faut donc :

$$R.a = 0 \text{ et } R.b - L.b / \tau = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ et } \tau = L / R$$

τ est la constante de temps du dipôle RL .

Pour déterminer b, on utilise la valeur de i à t = 0 s : $i = E / R = b.e^0 \Rightarrow b = E / R$

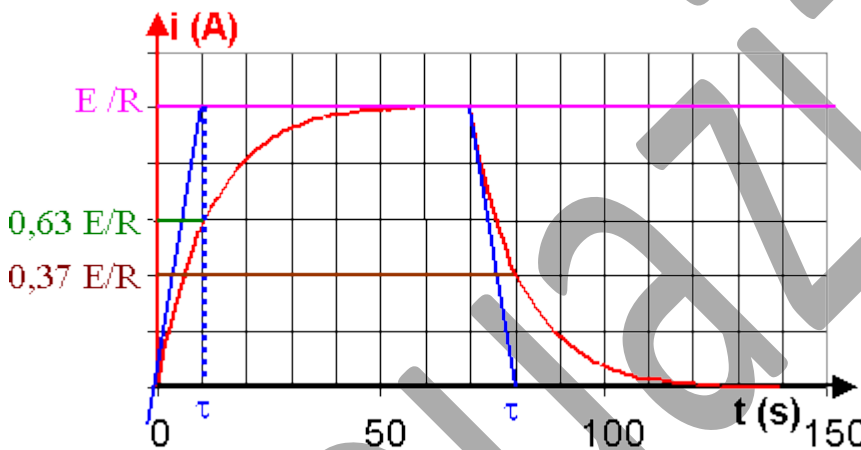
$$i = E/R e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = L / R \text{ (en s)}$$

Etude de la tension u_L :

$$u_L = L.di/dt = - L.E/R.e^{-t/\tau} / \tau \text{ avec } \tau = L / R \Rightarrow u_L = - E.e^{-t/\tau}$$

On peut aussi utiliser la loi des tensions : $u_L + u_R = 0 \Rightarrow u_L = - R.E/R e^{-t/\tau} = - E.e^{-t/\tau}$

$$u_L = -E.e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = L / R$$



3) Détermination graphique de la constante de temps τ :
1^{ère} méthode :

Lors de l'apparition du courant (fermeture du circuit), pour trouver τ , on trace la tangente à l'origine, elle coupe l'asymptote ($u = E/R$) à l'instant τ .

Lors de la disparition

du courant, on trace la tangente à la courbe à l'instant t_0 d'ouverture du circuit, elle coupe l'axe des abscisses à l'instant $t_0 + \tau$ (on considère t_0 comme nouvelle origine)

2^{ème} méthode : Lors de l'apparition du courant, à l'instant τ , l'intensité vaut 63% de sa valeur maximale E/R . Lors de la disparition du courant, à l'instant $t_0 + \tau$, l'intensité vaut 37% E/R .

4) Dimension de la constante de temps τ du dipôle RL :

$$[L / R] = [L] / [R] \text{ or } R = U / I \Rightarrow [R] = U.I^{-1}$$

$$u_L = L.di/dt \Rightarrow [L] = U.T.I^{-1} \Rightarrow [L / R] = (U.T.I^{-1}).(U.I^{-1})^{-1} \Rightarrow [L / R] = T$$

$\tau = L / R$ a la dimension d'une durée, est appelé constante de temps du dipôle RL et s'exprime en seconde (si R est en ohm (Ω) et L en henry (H)).

5) Variation de l'intensité traversant une bobine :

L'intensité traversant une bobine ne subit pas de brusque variation, c'est une fonction continue.

Bouazizi