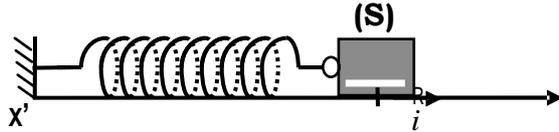


## EXERCICE N°1:

I/ Un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de coefficient de raideur  $K=20\text{N.m}^{-1}$  est disposé sur un plan horizontal, l'une de ses extrémités est fixe, on accroche à l'autre extrémité un solide (S) de masse  $m=125\text{g}$ . Ce solide peut se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontal ( $x'ox$ ).

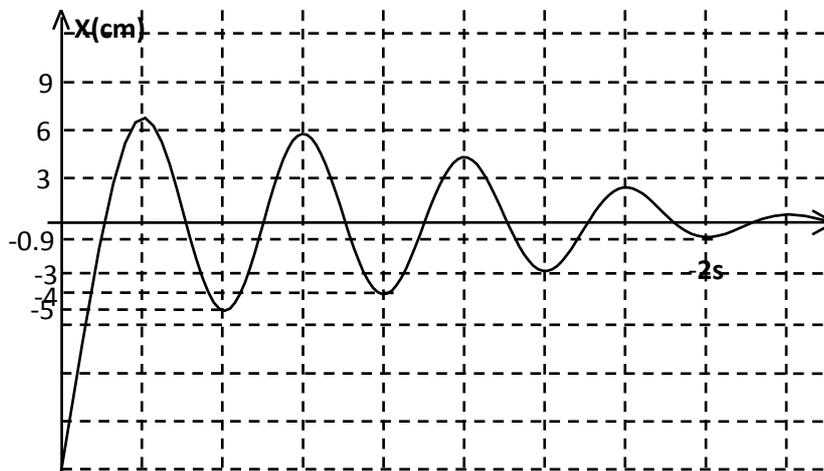
A l'équilibre le centre d'inertie G du solide (S) coïncide avec l'origine O du repère  $R(O,i)$  (voir figure ci-dessous)



On comprime le ressort vers la gauche, le point G occupe la position  $G_0$  telle que  $OG_0=-15\text{cm}$  et à l'instant  $t=0$ , on lâche le solide sans vitesse initiale.

- 1- a- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de (G).
  - b- En déduire l'expression de la pulsation propre  $w_0$  des oscillations de (G), calculer numériquement  $w_0$ .
  - c- Vérifier que quelque soient les valeurs de  $x_m$  et  $\zeta$ , l'équation horaire  $x(t)=x_m\sin(w_0 t+\zeta)$  est solution de l'équation différentielle précédente.
  - 2- a- Déterminer la valeur de l'amplitude  $x_m$  et celle de la phase initiale  $j$  de mouvement de (G).
  - b- Donner l'expression de la vitesse instantanée  $v(t)$  de solide (S) en fonction de  $x_m$ ,  $w_0$  et  $\zeta$ .
  - c- Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur, en fonction de  $K$  et  $x_m$ . Calculer sa valeur.
- II/ En réalité les frottements existent et se réduisent à une force  $f=-hV$ , où  $v$  désigne la vitesse instantanée de solide (S) et  $h$  est une constante positive.

- 1- Préciser la nature des oscillations de l'oscillateur mécanique constitué ainsi que le nom du régime selon l'importance d'amortissement.
- 2- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur diminue au cours des oscillations.
- 3- Le graphique de la figure n°4 donne  $x(t)$



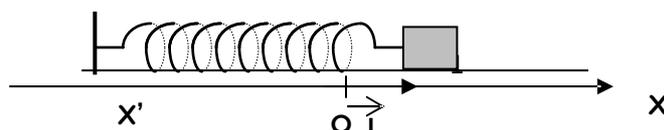
- a- Déterminer la pseudo-période des oscillations.
  - b- Déterminer l'énergie mécanique  $E_m$  de l'oscillateur à chaque passage par un extremum négatif de  $x$ .
  - c- Calculer la perte d'énergie pendant la première pseudo période d'oscillations.
- (On admet que la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre de cet oscillateur).

## EXERCICE N°2:

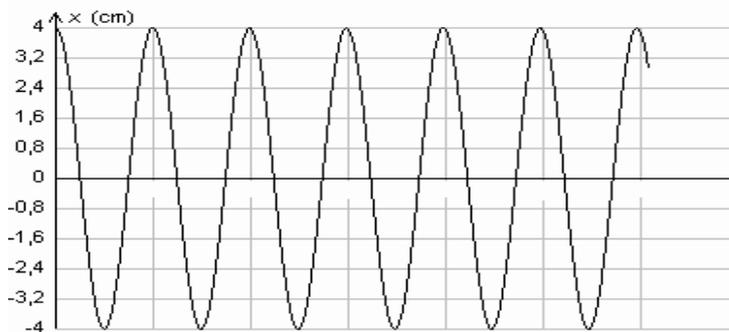
On considère l'oscillateur horizontal constitué par un ressort de raideur  $K$  auquel est accroché un corps (C) supposé ponctuel de masse  $m = 100\text{g}$ .

Lorsque C est en équilibre, son centre d'inertie G se trouve sur la verticale du point O et le ressort n'est ni allongé ni comprimé.

On écarte le corps (C) de sa position d'équilibre (d'abscisse  $x = 0$ ) et on le lâche sans vitesse initiale à  $t = 0$ .

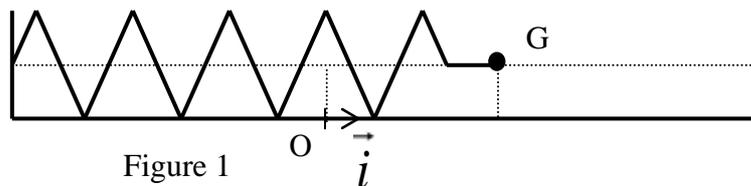


- 1 - Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du corps (C).
- 2- L'enregistrement du mouvement de (C) donne la courbe  $x = f(t)$ . (Figure 1).
- a- Ecrire l'équation horaire du mouvement de (C), en précisant l'amplitude  $X_m$ , la pulsation propre  $\Omega_0$  et la phase initiale  $\Phi_x$ .
- b- Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.

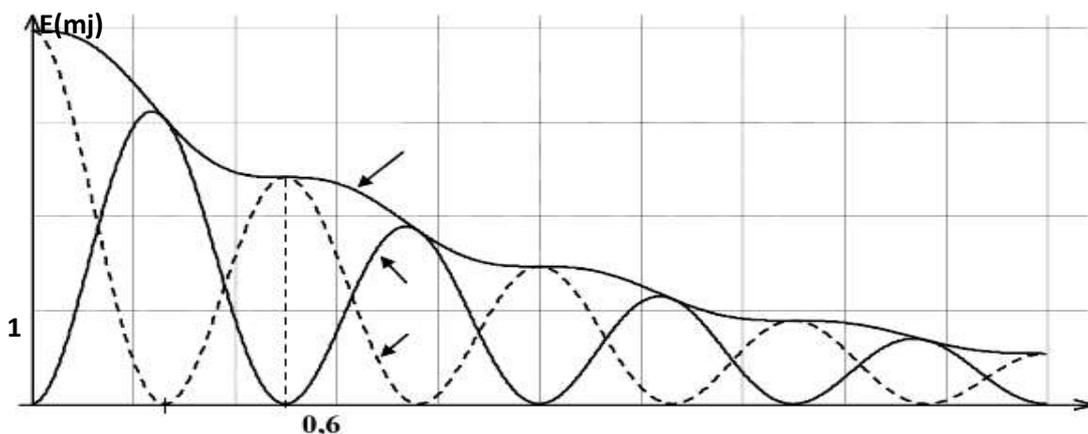
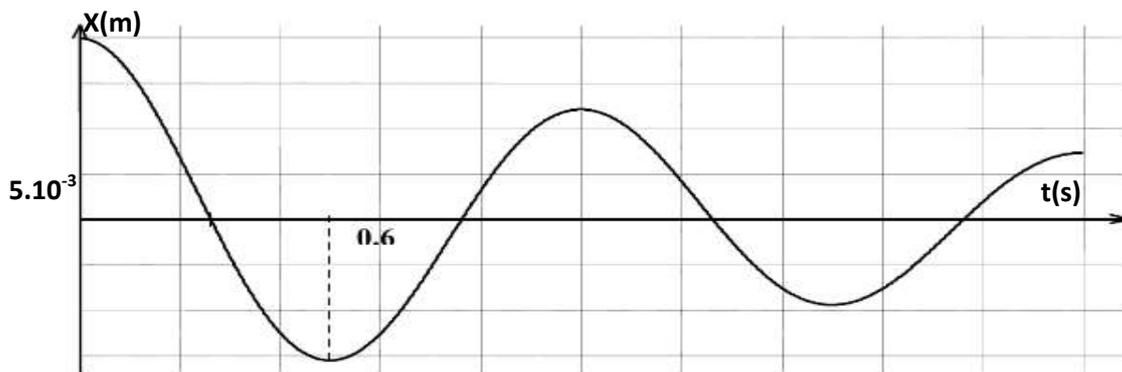


**EXERCICE N°3:**

On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse  $m = 250$  g accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $k = 10$  N.m<sup>-1</sup>. Le mobile assimilé à son centre d'inertie G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe Ox (figure 1). On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.

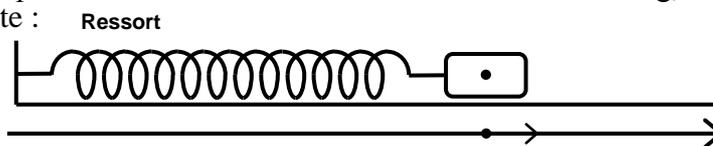


- I. Dans un premier temps, on néglige les frottements du mobile sur son rail de guidage.
  - 1-) Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile.
  - 2-) Reproduire la figure 1 sur la copie et représenter les différents vecteurs forces sans souci d'échelle.
  - 3-) a-) En appliquant la seconde loi de Newton au mobile, établir l'équation différentielle du mouvement.
  - b-) Vérifier que  $x = x_M \cos(\omega_0.t + \phi)$  est solution de cette équation différentielle quelles que soient les valeurs des constantes  $x_M$  et  $\phi$ .
  - 4-) Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant  $t = 0$  s, sans vitesse initiale, de la position  $x_0 = 2$  cm, et  $x_M > 0$ .
    - a-) Déterminer numériquement  $x_M$  et  $\phi$ .
    - b-) Calculer la période propre  $T_0$
- II. On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement
  - 1-) À l'aide de la figure 2, déterminer la pseudo-période T du mouvement. Comparer sa valeur à celle de la période propre calculée au I-4.
  - 2-) Identifier par leur lettre (A ou B) les courbes  $E_c(t)$  et  $E_p(t)$  de la figure 3 en justifiant les réponses.
  - 3-) Pourquoi l'énergie mécanique du système diminue-t-elle au cours du temps ?
  - 4-) Sur les figures 2 et 3 sont repérés deux instants particuliers notés  $t_1$  et  $t_2$ . En utilisant la figure 2 et en justifiant la réponse, indiquer auquel de ces instants la valeur de la vitesse du mobile est :
    - a) maximale
    - b) nulle.
  - 5-) Que peut-on en conclure quant à la valeur de la force de frottement à chacun de ces instants ?
  - 6-) Justifier alors la forme « en escalier » de la courbe  $E_m(t)$  de la figure 3.



**EXERCICE N°4:**

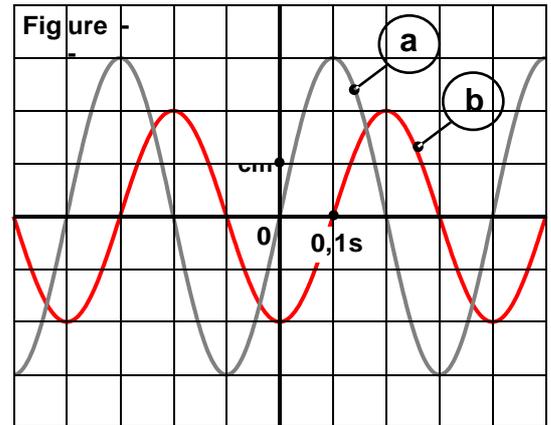
On dispose d'un pendule élastique horizontal formé par un ressort de constante de raideur  $K$  dont l'une de ces extrémités est fixée à un solide  $S$  supposé ponctuel de centre d'inertie  $G$  et de masse  $m=160g$ , l'autre extrémité est fixée à un support. Voir figure suivante :



On écarte le solide S de sa position initiale de façon que le ressort soit comprimé de 2 cm, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant de date  $t=0$ . Un dispositif approprié permet de tracer la courbe d'évolution de

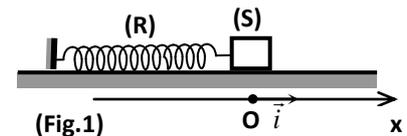
l'élongation  $x(t)$  de G suivant le repère R (O,i).

- 1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .
- 2- En déduire la nature du mouvement du solide S.
- 3- On donne sur le graphe suivant deux courbes a et b.
  - a. Identifier parmi ces courbes celle qui correspond à l'élongation  $x(t)$  de G. Justifier
  - b. En déduire l'équation horaire du mouvement du solide S.
  - c. Déterminer l'expression de la vitesse  $v(t)$  de G au cours du mouvement.
  - d. Montrer que l'énergie mécanique  $E_M$  du système [Solide, Terre, Ressort] se conserve et qu'elle est égale à une valeur que l'on calculera. On supposera que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau horizontal passant par G.
- 4-a. Déterminer l'expression instantanée de la valeur algébrique  $T_R$  de la tension du ressort.
- b. Représenter la courbe d'évolution de  $T_R=f(t)$ .



**EXERCICE N°5:**

Un solide ponctuel (C) de masse  $m$  est attaché à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de raideur  $K$  et de masse négligeable, dont l'autre extrémité est fixe. L'ensemble est situé sur un banc à coussin d'air horizontal. On choisira un axe  $x'x$  parallèle au banc et on prendra comme, origine des élongations, la position de repos O du solide (C). Au repos le centre de gravité (G) du solide se trouve en O.



I) On néglige toutes les forces de frottement.

On écarte le solide (C) de sa position de repos en le ramenant en un point  $M_0$  d'abscisse  $x_0 = -2\text{cm}$  et on le lance, en ce point, avec une vitesse  $V_0$  dans le sens négatif de l'axe  $ox$  à la date  $t=0$ .

- 1- a- A une date  $t$  quelconque, le centre d'inertie G du solide a une élongation  $x$  et une vitesse instantanée  $v=dx/dt$ . Donner l'expression de l'énergie mécanique  $E_m$  du système (solide C, ressort R et terre) en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $v$  et  $x$ . On prendra comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal.
- b- Pourquoi peut-on affirmer que l'énergie mécanique est constante. Exprimer  $E_m$  en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $V_0$  et  $X_0$ .

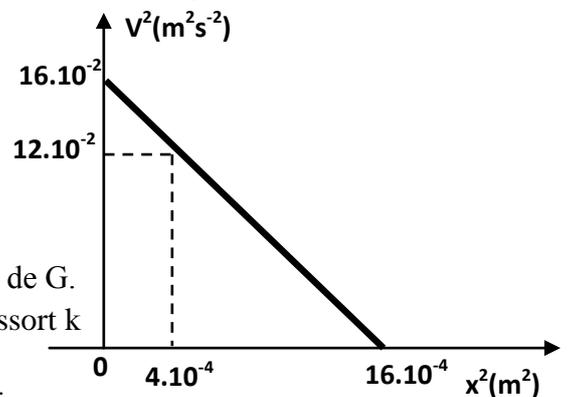
c- Déduire l'équation différentielle du mouvement de G.

2- A l'aide d'un système de capteurs optiques, on mesure la vitesse instantanée  $v$  du solide pour différentes élongations  $x$  du centre d'inertie G de C. Les résultats des mesures sont permis de tracer la courbe  $v^2=f(x^2)$

- a- Justifier théoriquement l'allure de la courbe, en établissant Une relation entre  $x^2$  et  $v^2$ .
- b- Déterminer à partir du graphe la valeur de la pulsation  $\omega_0$ , l'amplitude  $X_m$  du mouvement de G et la valeur de la vitesse initiale  $V_0$ .

c- Déduire numériquement l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement de G.

3- Sachant que  $E_m=1,6 \cdot 10^{-2}\text{J}$ , calculer les valeurs de raideur du ressort  $k$  et la masse  $m$  du solide.

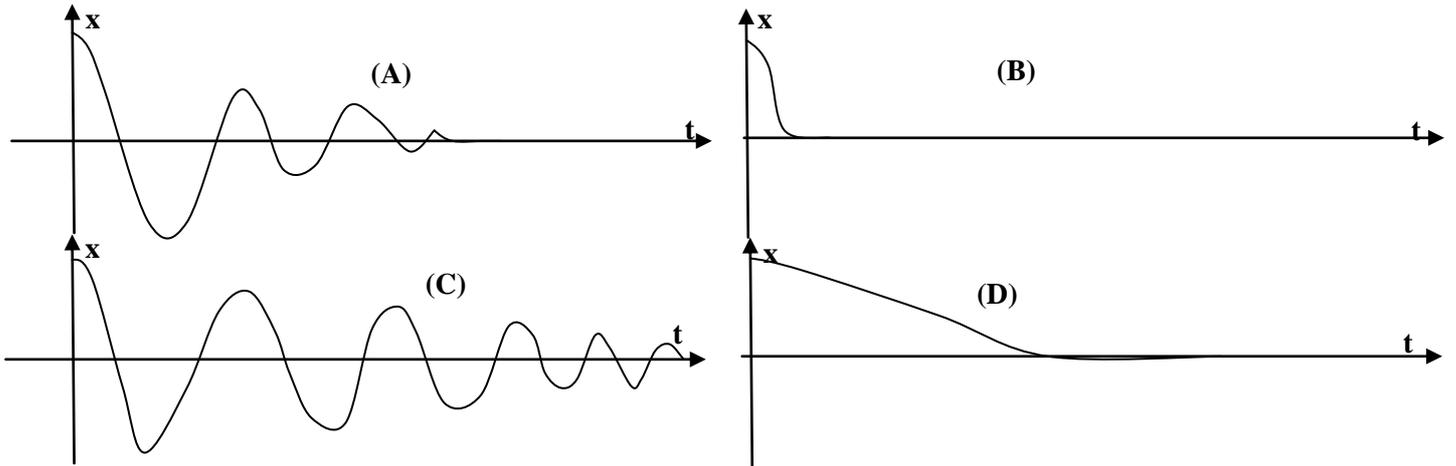


II) On fixe maintenant au solide C une tige munie d'une palette qui plonge dans un liquide contenu dans une cuve.

Lorsque le solide oscille, il subit alors une force de frottement  $\vec{f} = -h\vec{v}$  avec  $h$  est le coefficient de frottement qui l'on peut modifier.

On écarte le solide de sa position d'équilibre jusqu'à son élongation maximale  $X_m$  puis on le lâche à la date  $t=0$ . On refait l'expérience quatre fois de suite pour quatre valeurs de  $h$  telles que  $h_1 < h_2 < h_3 < h_4$ .

- 1- Représenter les forces exercées sur le solide.
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement de G.
- 3- Proposer une méthode permettant de faire varier  $h$ .
- 4- On a représenté les variations de  $x(t)$  pour les quatre expériences qui sont données par les courbes ci dessous :

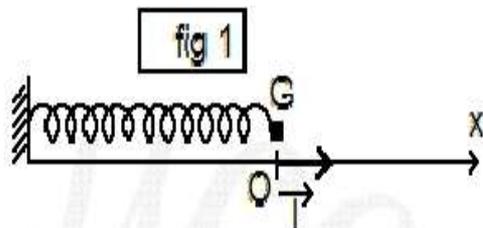


Compléter le tableau en précisant le coefficient  $h_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) et le nom de régime de chaque courbe.

Courbe	A	B	C	D
$h_i$ (1 2 3 ou 4)				
Nom de régime				

**EXERCICE N°6:**

On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse  $m=250$  g . accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives , de masse négligeable et de raideur  $K= 10$  N.m<sup>-1</sup>. Le mobile assimilé à un point matériel G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe OX (fig 1) . Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.



I./Dans un premier temps on néglige les frottements du mobile sur son rail de guidage

- 1°) reproduire le schéma , représenter les vecteurs forces (sans souci d'échelle ) et déterminer l'équation différentielle du mouvement

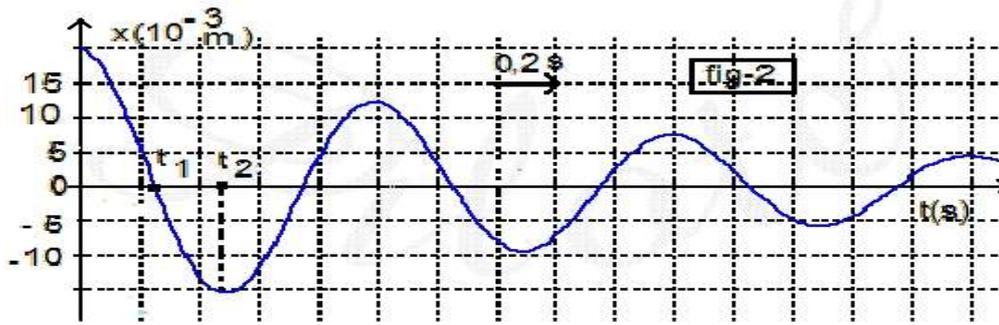
2°) Vérifier que  $x=X_m \sin(\omega_0 t + \zeta)$  est solution de l'équation différentielle précédente

3°) Calculer la période propre  $T_0$ .

4°) Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et de  $X_0= 1 \text{ cm}$  et abandonné , à  $t=0$  , avec une vitesse initiale de valeur algébrique  $V_0 = 0,5 \text{ m.S}^{-1}$ . Déterminer  $X_m$  et  $\zeta$

II./On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement  $f = -hV$ .

Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (fig 2)



1°) A l'aide de la figure 2 déterminer la pseudo-période  $T$  du mouvement . Comparer  $T$  et  $T_0$ .

2°) Un logiciel de traitement fournit les courbes de variation en fonction du temps de l'énergie mécanique  $E$  , de l'énergie cinétique  $E_c$  et de l'énergie potentielle élastique  $E_p$  du système solide-ressort (fig-3)

a/ Identifier par leur lettre (A, B ou C ) les courbes  $E_c(t)$  , $E(t)$  et  $E_p(t)$  de la fig-3 en justifiant les réponses.

b/Pourquoi l'énergie mécanique du système diminue-t-elle au cours du temps ?

c/ Sur le figure 2 sont repérés deux instants particuliers  $t_1$  et  $t_2$  . En utilisant la figure 2 et en justifiant la réponse , indiquer auquel de ces instants la valeur de la vitesse est

- α) maximale ?
- β) nulle ?

d/ Préciser sur la figure-3 de la feuille annexe les instants de dates  $t_1$  et  $t_2$ .

3°) Pour une valeur de  $h > h_c$  ( $h$  critique) on écarte de le solide de sa position d'équilibre de  $x(0) > 0$  et on l'abandonne sans vitesse initiale .On obtient la courbe de la fig-4( feuille annexe).Représenter sur le même graphe l'allure de la courbe  $v=f(t)$  en justifiant la réponse ( la représentation demandée n'est pas à l'échelle)

