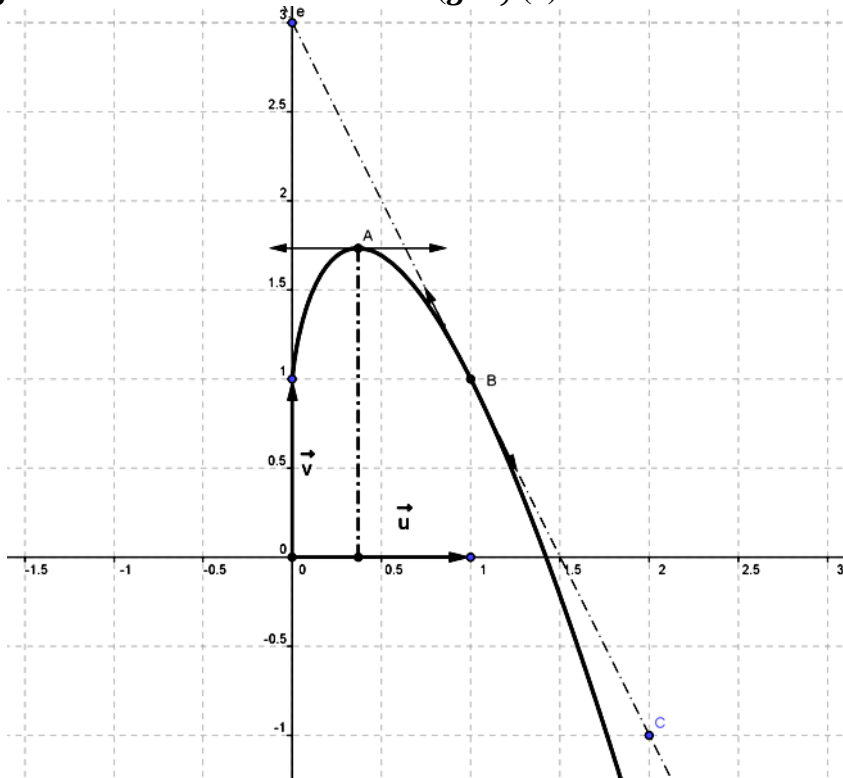


**Exercice 1:** (3points)**Répondre par Vrai ou Faux**1. Pour tout entier naturel non nul  $n$ , PGCD( $2n$ ;  $2n+1$ ) est égal à  $2n$ . 2. Le chiffre des unités de l'entier  $2013^{2012}$  est : 1 3. L'équation  $10x - 4y = 4$  n'admet pas de solutions dans  $\mathbb{Z}^2$ . **Exercice n°2:** (6points)**A. Lecture graphique :**Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = a + bx \ln(x) \text{ si } x \in ]0; +\infty[ \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

- (C) la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (C) admet une tangente horizontale au point  $A(\frac{1}{e}; 1 + \frac{2}{e})$ .
- La tangente à (C) en  $B(1,1)$  passe par le point  $C(2,-1)$ .

1. / Donner  $f(1)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(\frac{1}{e})$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ 2. / Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ 3. / En déduire les valeurs de  $a$  et  $b$ .4. / Dresser le tableau de variation de  $f$ .B) Dans cette partie on admet que :  $a=1$  et  $b=-2$ .Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[\frac{1}{e}; +\infty[$ 1. / a. Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[\frac{1}{e}; +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.b. Donner  $g(\frac{1}{e})$ . Expliquer pourquoi  $g^{-1}$  n'est pas dérivable à droite de  $1 + \frac{2}{e}$ .c. Montrer que  $g^{-1}$  est dérivable en 1 et calculer  $(g^{-1})'(1)$ .

### **Exercice 3 :**(7points)

1. / On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction g

définiesur  $]0 ; +\infty[$  par :  $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ .

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+		
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

Déterminer le signe de  $g(x)$  .

2. / Soit f la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ . On désigne par (C) la courbe la courbe de f dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat.

b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

c. Montrer que la droite  $\Delta: y = x - 1$  est une asymptote à (C).

d. Etudier la position relative de (C) et  $\Delta$ .

3. / a. Montrer que pour tout  $x \in ]0 ; +\infty[$  ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b. Déterminer le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de f.

4. / Tracer la droite  $\Delta$  et la courbe (C).

5. / Montrer que la fonction  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\ln^2(x) - x + 1$  est une primitive de f sur  $]0 ; +\infty[$

### **Exercice 4 :**(4points)

On considère l'équation (E) :  $5x + 7y = 1$  ,  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$

1. / Justifier que (E) admet des solutions entières.

2. / Vérifier  $(3 ; -2)$  est solution de (E).

3. / Résoudre dans  $\mathbb{Z}^2$ , l'équation (E)

Soit N un entier naturel tel que il existe deux entiers a et b versifiant :  $\begin{cases} N = 5a + 2 \\ N = 7b + 1 \end{cases}$

a. Montrer que le couple  $(-a, b)$  est solution de (E)

b. Dédire que  $N \equiv 22 [35]$

**Bon travail**