Lycée S.MenzelHayet	**Devoir à la maison n°2**	Proposée par : Mr Afli Ahmed
2012 2013*		4Sc. I

❖ **Exercice 1 :** choisir la réponse juste

1.) Soit n un entier naturel non nul tel que : $5n \wedge (3^2 \times 5^3 \times 7) = 35$ alors :

a $n \equiv 0[3]$ b $n \equiv 0[5]$ c $n \equiv 0[7]$

2.) Soit n un entier relatif, pgcd(3n+2 ;3n+5) divise :

a 2 b 3 c 5

3.) L'équation (E) : 5x+18y = 25 , admet dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$:

a zéro solution b Une seule solution c une infinité de solution

4.) Le reste de la division euclidienne de -21 par - 5 est :

a - 3 b 2 c 3

❖ **Exercice 2 :** *(les questions 1 ;2 ;3 et 4 sont indépendants)*

Soit n un entier naturel.

1/ Montrer que $7^{2n} + 3$ *est divisible par* 4

2/ Montrer que $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ *est divisible par* 11

3/ Donner le chiffre des unités de 77^7 (capes 2009)

4/ a.) Ecrire suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division euclidienne de 2^n par 5

b.) En déduire le reste de la division de $(2917)^{541}$ par 5

❖ **Exercice 3 :**

Une usine fabrique deux types d'ordinateurs :

Type 1 : des ordinateurs équipés de quatre ports USB

Type 2 : des ordinateurs équipés de sept ports USB

Le nombre total de ports USB utilisés par jour est 400

On désigne par a et b respectivement le nombre d'ordinateurs du type 1 et le nombre d'ordinateurs du type 2 fabriqués par jour dans cette usine.

1/ Calculer 4a+7b

2/ Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : 4x+7y =400 (on pourra remarquer que le couple (100 ;0) est une solution particulière)

3/ Déduire le nombre d'ordinateurs de chaque type fabriqués par jour, sachant que la capacité totale de production de l'usine est comprise entre 68 et 72 ordinateurs par jour.

- **Exercice 4 :**

1.) Soit g la fonction définie sur]0 ;+∞[par : g(x) = x-3+lnx.

a. Etudier les variations de g.

b. Montrer que l'équation g(x)=0 admet une solution unique αdans]0 ;+∞[et vérifier que $2 < \alpha < 2.5$.

c. Etudier le signe de g sur]0 ;+∞[.

2.) Soit la fonction f définie sur]0 ;+∞[par f(x) = $(1-\frac{1}{x})(lnx - 2). Soit(C)$ sa courbe representative dans un RON (O ;i,j) (unité graphique 2cm)

a. Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x) et \lim_{x \to 0^+} f(x)$

b. Montrer que f est dérivable sur]0 ;+∞[et que f'(x) = $\frac{g(x)}{x^2}$.

4.) a. Etudier les variations de f.

b. Monter f(α)= $-\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$; en déduire un encadrement de f(α).

c. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses

d. Etudier le signe de f(x)

5.) Tracer (C)

6.) Soit la fonction H définie sur]0 ;+∞[par : H(x) = $xlnx - \frac{1}{2}(lnx)^2$

a. Montrer que H'(x) = f(x) +3 $-\frac{2}{x}$.

b. En déduire une primitive F de f sur]0 ;+∞[

c. Calculer $F(1) - F(e^2)$.