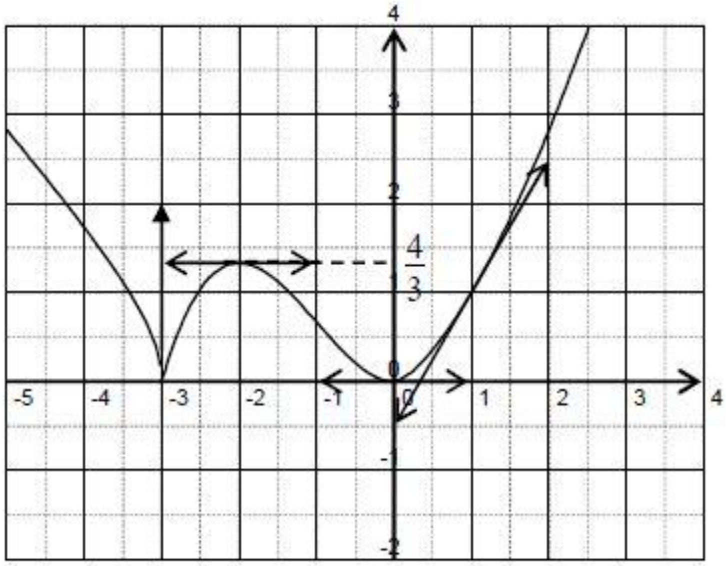
Lycée Houmet Souk 1 Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Synthèse N : 1 Durée : 2 Heures	3 Technique 2 & 3 07 - 12 - 2012

EXERCICE N : 1 (6 points)



La courbe **(C f)** ci-contre représente une fonction f définie sur IR .

I) Par lecture graphique , déterminer :

1) Les extrema de f et leur nature .

2) Les intervalles où f est dérivable .

3) a) Les solutions de l'équation : $f(x) = 0$.

b) Les solutions de l'équation : $f'(x) = 0$

4) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -3^-} \frac{f(x)}{x+3}$.

5) En utilisant l'approximation affine estimer $f(0,99)$.

II) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

1) Déterminer le domaine de définition de g .

2) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1} \frac{g(x)-1}{x-1}$.

EXERCICE N : 2 (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} 2x^2+5x+m & \text{si} \quad x \le -1 \\ \dfrac{x^2-3x-4}{x+1} & \text{si} \quad -1 < x < 2 \\ \sqrt{x^2-2x} & \text{si} \quad 2 \le x \end{cases}$ où m paramètre réel .

On désigne par **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I) 1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) Etudier la continuité de f en 2 .

3) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 . Interpréter graphiquement le résultat obtenu .

4) Déterminer le réel m pour que f soit continue en - 1 .

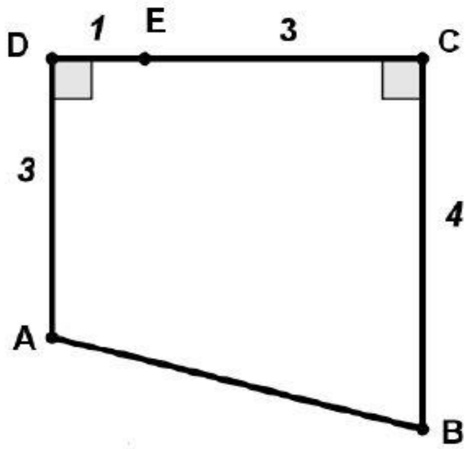
II) On prend pour toute la suite m = - 2 .

1) Soit $a \in]-\infty ; -1[$; montrer que $f'(a) = 4a + 5$.

2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente **(T)** à **(C f)** au point d'abscisse - 2 .

3) Déterminer les points A et B de **(C f)** dont les tangentes passent par le point C (- 3 ; - 1) .

EXERCICE N : 3 (4 points)



ABCD un trapèze rectangle en C et D et E un point du segment [DC] tels que AD = 3 ; DE = 1 et DC = BC = 4 .

1) *Calculer les distances EA , EB et AB .*

2) a) *Calculer* $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC}$ *et* $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}$.

b) *En utilisant la relation de Chasles , montrer que* $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB} = 9$.

c) *Déduire la valeur de* $\cos(\widehat{AEB})$.

3) a) *Calculer* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ *et* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE}$.

b) *Déduire que les droites (CA) et (BE) sont perpendiculaires .*

EXERCICE N : 4 (4 points)

A) *Soit la fonction g définie sur IR par :* $g(x) = \cos(x)$

1) *Résoudre dans IR puis dans* $[0 ; \pi]$ *l'équation* $g(x) = 0$.

2) *Résoudre dans IR puis dans* $[0 ; \pi]$ *l'inéquation* $g(x) > 0$.

B) *On considère la fonction* $f : [0 ; \pi] \longrightarrow IR ; x \longmapsto f(x) = \dfrac{\sin(2x) - \sqrt{3}\cos(x)}{g(x)}$.

1) a) *Déterminer* ***Df*** *le domaine de définition de f .*

b) *Montrer que pour tout* $x \in$ ***Df*** *on a :* $f(x) = 2\sin(x) - \sqrt{3}$.

2) *Résoudre dans* $[0 ; \pi]$ *l'inéquation :* $f(x) \geq 0$.

Bon travail.