Niveau :4ème E . G 2012-2013	**Math Série N°1** **Limites et continuité**	**Prof : Zribi Fathi**

Exercice N°1 :

Soit la fonction $f : x \longrightarrow 3x + 2 + \left(\frac{-1}{x}\right)$

1) a - Calculer $\lim_{x\to 0+} f(x)$; $\lim_{0-} f(x)$

   b- Calculer $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

2) Calculer $\lim_{0+} \frac{2x+\sqrt{x}}{x}$
3) Calculer $\lim_{+\infty} (1+x)(1+\frac{1}{x})$

Exercice N°2 :

Calculer $\lim_{x\to 1} \left(\frac{x^2-1}{x-1}\right)$

$\lim_{x\to 1} \left(\frac{x^2-3x+2}{x-1}\right)$; $\lim_{+\infty} \left(\frac{1+x}{\sqrt{x}}\right)$

$\lim_{2} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^3}\right)$; $\lim_{+\infty} \sqrt{\frac{2x-1}{x}}$

Exercice N°3 :

1) Calculer $\lim_{x\to +\infty} 5x^3 - 2x + 1$ $\lim_{x\to -\infty} 3x^2 - 5x^4 + x$
2) $\lim_{x\to +\infty} \frac{-2x^2+x-3}{x+1}$; $\lim_{-\infty} \frac{x^2-5}{x^3+2}$

Exercice N°4 :

Calculer $\lim_{+\infty} 1 + \sqrt{x} - x$

$\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$; $\lim_{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x}$

Exercice N°5 :

Soit f la fonction definie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$

1) Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$
   on a : $-\frac{1}{\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$
2) Calculer $\lim_{+\infty} f(x)$

Niveau :4ème E . G 2012-2013	**Math Série N°2** **Limites et continuité**	**Prof : Zribi Fathi**

Exercice N°1 :

Soit la fonction f definie sur IR par $f(x) = \cos x + x$

1) Montrer que pour tout $x \in$ IR on a :
   $$f(x) \geq -1 + x$$
2) En déduire $\lim_{+\infty} f(x)$

Exercice N°2:

Calculer $\lim_{-\infty} (x^3 - x + 1)^2$

$\lim_{+\infty} \left(\frac{2x^4-2x^3-5}{x^4+1+x}\right)^3$

$\lim_{+\infty} sin\left(\frac{2}{x}\right)$; $\lim_{+\infty} \left(\frac{1}{cos\frac{1}{x}}\right)$

Exercice N°3:

Calculer $\lim_{+\infty} \sqrt{\frac{x^2-x+3}{x-2}}$

$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{x-2}{x+5}}$; $\lim_{+\infty} \sqrt{\frac{4x^2-x-3}{x^2+1}}$

Exercice N°4:

1° a- Calculer

$\mathbf{lim}_{-1^-} f$; $\mathbf{lim}_{-1^+} f$

b- la fonction f admet-elle une limite au point (-1) ?

2° a- calculer

$\mathbf{lim}_{2^-} f$; $\mathbf{lim}_{2^+} f$

b- la fonction f admet-elle une limite au point 2 ?

Niveau : $4^{\text{ème}}$ E . G 2012-2013	Math Série N°3 Limites et continuité	Prof : Zribi Fathi

Exercice N°1 : Soit la fonction g definie sur IR par :

$$g(x) = \begin{cases} 2 - x & si\ x \geq 0 \\ x^2 + 1 & si\ x < 0 \end{cases}$$

1) Calculer $\lim_{0^+} g$; $\lim_{0^-} g$ et $g(0)$
2) a) g admet-elle une limite en 0 ?
   b) g est elle continue en 0 ?

Exercice N°2 :

Soit la fonction f definie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & si\ x \neq 3 \\ 6 & si\ x = 0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 3

Exercice N°3 :

Soit $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & si\ x \in]-\infty, 2] \\ -x + 7 & si\ x \in]2, +\infty[\end{cases}$

1) tracer $\mathscr{C}_f$ dans un R.O.N
2) montrer que f est continue sur IR

Exercice N°4 :

Soit la fonction f definie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^4+x^2} & si\ x \neq 0 \\ k & si\ x = 0 \end{cases}$

determiner la valeur de k pour que f soit continue en 0

Exercice N°5 :

Soit la fonction f definie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x}{x+1} & si\quad x \in]-\infty, -2[\cup]1, +\infty[\\ \frac{1}{2}x^2 + x - 2 & si\quad x \in [-2,1] \end{cases}$$

Montrer que f est continue sur IR

Niveau :4ème E . G 2012-2013	Math Série N°4 Limites et continuité	Prof : Zribi Fathi

Exercice N°1 :

Soit $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & pour \quad x\neq 0\\ k & pour \quad x=0\end{cases}$

1) determiner le domaine de definition de f
2) pour quelle valeur de k la fonction f est continue en 0 ?
3) preciser suivant les valeurs de k le domaine de continuité de f
4) calculer $\lim_{+\infty} f(x)$

   $\lim_{+\infty}[xf(x)+(1-x)]$

   $\lim_{+\infty}\sqrt{x}\times f(x)$

Exercice N°2:

Soit la fonction $f: x\to 3x+2\sin x$

1) a) montrer que pour tout $x\in$ IR on a :

   $3x-2\leq f(x)\leq 3x+2$

   b) en deduire $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{-\infty} f(x)$

2) soit la fonction g definie sur IR par : $g(x)=\begin{cases}\frac{x}{f(x)} & si \quad x\neq 0\\ \frac{1}{5} & si \quad x=0\end{cases}$

   a) montrer que g est continue en 0
   b) montrer que pour tout $x\in\left]\frac{2}{3},+\infty\right[$

      $\frac{x}{3x+2}\leq g(x)\leq\frac{x}{3x-2}$

   c) en deduire $\lim_{+\infty} g(x)$
   d) interpreter geometriquement le resultat

Exercice N°3 :

Soit la fonction f definie sur IR par :$f(x)=\begin{cases}3x^2-5x-2 & si \quad x\leq 2\\ \sqrt{x^2+2x-8} & si \quad x>2\end{cases}$

1)calculer $\lim_{+\infty} f(x)$; $\lim_{-\infty} f(x)$; $\lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}$; $\lim_{+\infty} f(x)-x$

2)a) $\lim_{2^+} f$ et $\lim_{2^-} f$ conclure

   b) montrer que f est continue sur IR

Niveau :4ème E . G 2012-2013	Math Série N°5 Limites et continuité	Prof : Zribi Fathi

Exercice N°1 :

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$

1) donner l'ensemble de definition de f
2) verifier que f est la composée de deux fonctions
3) etudier la continuité de f sur D_f
4) calculer $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{-\infty} f(x)$

Exercice N°2 :

Soit f la fonction definie sur IR par : $f(x)=\begin{cases} x^2-4 & si \quad x \neq 0 \\ 1 & si \quad x = 0 \end{cases}$

1) a) f est elle continue sur IR
   b) determiner f(IR)

2) a) determiner f(IR $_-$)

   b) determiner $f([2,3])$

Exercice N°3 :

Soit la fonction : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x^2-2x} & si \quad x \neq 2 \\ -\frac{1}{2} & si \quad x = 2 \end{cases}$

1)a) résoudre $x^2 - 2x = 0$

b) montrer que D_f = IR*

2) calculer lim f au bornes de D_f

3) resoudre l'equation $f(x) = 0$

4) montrer que f est continue en 2 Deduire que f est continue sur IR*

Exercice N°4 :

Soit la fonction f definie sur IR par : $f(x)= x^3 - x + 1$

1) montrer que f est continue sur $[-2;-1]$
2) montrer que l'equation $f(x)$=0 admet au moins une solution dans $[-2;-1]$

Niveau : $4^{ème}$ E . G 2012-2013	Math Série N°6 **Limites et continuité**	Prof : Zribi Fathi

Exercice N°1 :

Soit $f(x) = x^2 + x - 3$

1) montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution $\propto \in]1;2[$
2) utiliser la dichotomie pour donner une valeur approchée de $\propto$ à 10^{-1} près

Exercice N°2 :

Soit $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$

Montrer que l'equation $f(x) = 0$ admet une unique solution a

tel que a$\in]-1,0[$

Exercice N°3:

Soit f la fonction definie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & si \quad x > 0 \\ x^2 + 1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

1) calculer $f(0)$
2) a) montrer que pour $x \in \mathrm{IR}^*$
   on a : $\frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} = \frac{2}{\sqrt{2x+1}+1}$
   b) montrer que f est continue en 0
3) deduire le domaine de continuité de f
4) montrer que l'equation $f(x) = 3$ admet une unique solution dans $[-2,0]$

Exercice N°4 :

Soit f la fonction definie sur $[1;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x-1}$

1) montrer que f est strictement croissante sur $[1;+\infty[$
2) en deduire que f realise une bijection de $[1;+\infty[$ sur $[0;+\infty[$
3) definir la fonction reciproque f^{-1} de f
4) construire dans un R.O.N (o,i,j) du plan la droite $\Delta: y = x$

la courbe $\mathscr{C}$ de f et $\mathscr{C}^{-1}$ de f^{-1}

Niveau :4ème E . G 2012-2013	Math Série N°7 Limites et continuité	Prof : Zribi Fathi

Exercice N°1 :

Soit la fonction f definie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{4x^2+x}+2x+1$

1) etudier la continuité et la derivabilité de f sur $[0;+\infty[$
2) montrer que f est une bijection de IR_+ sur un intervalle J que l'on precisera
3) sur quel ensemble f^{-1} est elle continue ?
4) expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x\in$ J
5) montrer que l'equation $f(x)=x+2$ admet une solution unique $\propto\in\left]\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right[$

Exercice N°2:

Soit la fonction f definie par : $$f(x)=\begin{cases}2x^2-3x-4 & si \quad x\leq -1\\ \frac{x^2-x+4}{x^2+1} & si \quad x>-1\end{cases}$$

1) determiner $\lim_{-\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f(x)$
2) f est elle continue en 1 ?
3) a) montrer que f est decroissante sur $]-\infty,-1]$
   b) deduire que f realise une bijection de $]-\infty,-1]$ sur un intervalle J que l'on precisera
4) montrer que l'equation $f(x)=0$ admet une unique solution $\propto\in[-2,-1]$

Exercice N°3 :

Soit la fonction f definie sur $[4;+\infty[$ par $f(x)=-\sqrt{x^2+9}+6$

1) a) montrer que f est continue sur $[4;+\infty[$
   b) montrer que f est strictement decroissante sur $[4;+\infty[$
   c) montrer que f realise une bijection de $[4;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on precisera
   d) definir la fonction reciproque f^{-1}
2) montrer que l'equation $f(x)=0$ admet une solution unique dans $[5;6]$
3) soit la fonction g definie par : $$g(x)=\begin{cases}\frac{-x^2+7x-12}{x^2-9x+20} & si \quad x<4\\ f(x) & si \quad x\geq 4\end{cases}$$
   a) montrer que g est continue en 4
   b) calculer $\lim_{-\infty} g(x)$
      $\lim_{+\infty}[x-6+g(x)]$

      $\lim_{4^+}\frac{g(x)-1}{x-4}$ et $\lim_{4^-}\frac{g(x)-1}{x-4}$

Niveau : $4^{ème}$ E . G 2012-2013	**Math Série N°8** **Limites et continuité**	**Prof : Zribi Fathi**

Exercice N°1 :

Soit f la fonction definie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 5} & si \quad x > 3 \\ \frac{2x-1}{x+2} & si \quad x = 1 \end{cases}$

1) montrer que f est continue en 3
2) calculer $\lim_{+\infty} f(x)$; $\lim_{-\infty} f(x)$; $\lim_{2^+} f(x)$
3) calculer $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{+\infty} f(x) - x$; $\lim_{4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$

Exercice N°2 :

On considere la fonction f definie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-2x^2 + x + 1}{1 - x} & si \quad x \neq 1 \\ 3 & si \quad x = 1 \end{cases}$$

1) determiner le domaine de definition de f
   et calculer les limites de f aux bornes de son domaine
2) a) etudier la continuité de f en 1

   b) determiner le domaine de continuité de f

3) calculer $\lim_{2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

Exercice N°3:

Soit $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$

1) determiner le domaine de definition de f
2) etudier la derivabilité de f sur D_g
3) montrer que f est une bijection de $[0; 1]$ sur un intervalle J que l'on precisera
4) expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in$ J

Niveau :4ème E . G 2012-2013	Math **DEVOIR DE CONTROLE N°1**	Prof : Zribi Fathi Lycée :Taib M’hiri

Exercice N°1(10points)

On considère le système S : $\begin{cases} 2x + 4y - z = 12 \\ x - 2y + 3z = 5 \\ x + y + \frac{1}{2}z = 5 \end{cases}$

I)

1)Montrer que le système S est équivalant au système S’ : $\begin{cases} z = -12 + 2x + 4y \\ 7x + 10y = 41 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

2)Soit la matrice M = $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

a)Donner M^{-1} la matrice inverse de M

b)Résoudre le système S’’ : $\begin{cases} 7x + 10y = 41 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases}$

c)En déduire la solution du système S.

II)

Soit Soit A = $\begin{matrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 8 & 6 & --20 \\ -5 & -4 & 14 \\ -6 & -4 & 16 \end{pmatrix}$

1. Prouver que A est inversible

2) a) effectuer le produit A $\times$ B

b). Déduire A^{-1} la matrice inverse de A

3) . Résoudre par un calcul matriciel le système S

III)

Résoudre le système S par la méthode de cramer

Exercice N2(6points)

Soit la fonction g definie par : :
$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-8}{x^2-3X+2} & si \quad x > 2 \\ g(2) = 6 & \\ \frac{\sqrt{2x^2+1}-3}{x-2} & si \quad 0 \leq x \prec 2 \\ x^2 \, sin\left(\frac{1}{x}\right)+1 & si \quad x \prec 0 \end{cases}$$

1°Etudier la continuité de g en 2

2° a) Montrer que pour tout $x \prec 0$ ona : $1-x^2 \leq g(x) \leq 1+x^2$

b)en deduire $\lim_{0^-} g$

3° Montrer que g est continue en 0

4° Calculer $\lim_{+\infty} g(x)$ et $\lim_{-\infty} \frac{g(x)}{x}$

Exercice N°3(4points)

Repondre par vrai ou faux en justifiant la reponse

1° L'équation : $\sqrt{x^2+5} + x^2 + 9 = 0$ admet une solution dans $[-2, \ 1]$

2° f est continue en un réel a si et seulement si f admet une limite en a

3° si la matrice A est d'ordre 2×3 et la matrice B est d'ordre 3×3 alors la matrice A×B est d'ordre 2×3

4° L'inverse de la matrice M=$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice M^{-1}=$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Exercice N°3(10points)

On considère le système S : $\begin{cases} 2x+4y-z=12 \\ x-2y+3z=5 \\ x+y+\frac{1}{2}z=5 \end{cases}$

I)

1)Montrer que le système S est équivalant au système S' : $\begin{cases} z=-12+2x+4y \\ 7x+10y=41 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$

2)Soit la matrice M = $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

a)Donner M^{-1} la matrice inverse de M

b)Résoudre le système S'' : $\begin{cases} 7x+10y=41 \\ 2x+3y=31 \end{cases}$

c)En déduire la solution du système S.

II)

Soit Soit A = $\begin{matrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 8 & 6 & --20 \\ -5 & -4 & 14 \\ -6 & -4 & 16 \end{pmatrix}$

1. Prouver que A est inversible

2) a) effectuer le produit A × B

b). Déduire A^{-1} la matrice inverse de A

3) . Résoudre par un calcul matriciel le système S

III)

Résoudre le système S par la méthode de cramer

Niveau :4ème E . G 2012-2013	Math **DEVOIR DE CONTROLE N°1**	Prof : Zribi Fathi Lycée :Taib M'hiri

Exercice N°1(4points)

Repondre par vrai ou faux en justifiant la reponse

1° L'équation : $\sqrt{x^2+5}+x^2-9=0$ admet une solution dans $[-2, \ 1]$

2° f est continue à gauche en un réel a alors f admet une limite en a

3° si la matrice A est d'ordre 2×3 et la matrice B est d'ordre 1×2
alors la matrice B×A est d'ordre 1×3

4° L'inverse de la matrice M=$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice $M^2=\begin{pmatrix} 46 & 50 \\ 20 & 26 \end{pmatrix}$

Exercice N2(6points)

Soit la fonction g definie par : :

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2x-8}{x^2-3X+2} & si \quad x>2 \\ g(2)= \ 6 & \\ \dfrac{\sqrt{2x^2+1}-3}{x-2} & si \quad 0\leq x \prec 2 \\ x^2 \ sin\left(\frac{1}{x}\right)+1 & si \quad x\prec 0 \end{cases}$$

1°a)montrer que g est continue sur $]2 , +\infty[$

b)Etudier la continuité de g en 2

2° a) Montrer que pour tout $x\prec 0$ ona : $1-x^2 \leq g(x) \leq 1+x^2$

b)en deduire $\lim_{0^-} g$

3° Montrer que g est continue en 0

4° Calculer $\lim_{+\infty} g(x)$ et $\lim_{-\infty} \frac{g(x)}{x}$

Exercice n 2

Soit les matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}5 & 3 & 1\\ 3 & 4 & 4\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix}$

1 Montrer que A est inversible

2 a. Calculer la matrice M = B-2A et la matrice A $\times$ M

b. Déduire la matrice A^{-1}

3 Une usine fabrique 3 types de vélos: V_1 ; V_2 et V_3 : le tableau suivant résume le nombre de vélos fabriqués dans 3 jours

	V_1	V_2	V_3	**Recettes**
$1^{ière}$ jour	2	1	2	850d
$2^{ème}$ jour	2	2	1	865d
$3^{ème}$ jour	1	1	1	510d

a. Transformer les informations suivantes dans un système de 3 équations à trois inconnus

b. Quel est le prix de chaque vélo ?