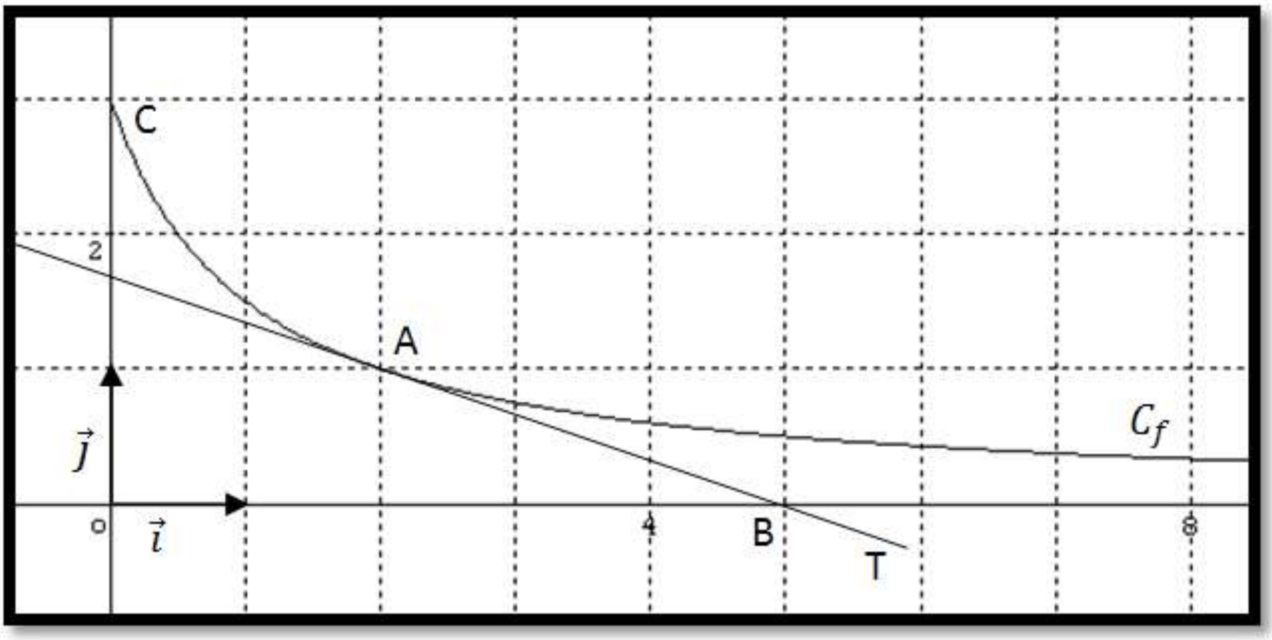
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION Lycée privée «EL AMEL» de Mateur	DEVOIR DE SYNTHESE N° : 01		
	Epreuve : Mathématiques	Date : 08 / 12 / 2012	Duré : 2 heures
Classe : 4ème Economie et Gestion		Prof : AYADI ZOUHEIR	

EXERCICE N°1: (4 points)

La courbe (ζ) ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ d'une fonction f dérivable sur $[0, +\infty[$. On désigne par f' la fonction dérivée de f.



On sait que : - L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe (ζ) au voisinage de $+\infty$.

- La courbe (ζ) passe par les points (2 ; 1) et (0 ; 3) .
- La tangente T à la courbe (ζ) au point A passe par (5 ; 0).

A partir du graphique et des renseignements fournis , choisir la bonne réponse :

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ est égale à : $\boxed{a}$ $+\infty$ $\boxed{b}$ 0 $\boxed{c}$ 3

2) f ([0 , +∞[ ) est l'intervalle : $\boxed{a}$ [3 ,+∞[$\boxed{b}$] 0 , 3] $\boxed{c}$ [0 , 3]

3) f '(2) est égale à : $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{b}$ $-\frac{1}{3}$ $\boxed{c}$ -3

4) Soit g la fonction telle que $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$; Alors : $\lim\limits_{x \to +\infty} g \circ f(x)$ est égale à : $\boxed{a}$ +∞ $\boxed{b}$ -∞ $\boxed{c}$ 0

EXERCICE N°2: (5 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de A.

2) a- Calculer la matrice M= (2 $I_3 - A$) . Où I_3 la matrice unité d'ordre 3.

b- Vérifier que : $A \times M = I_3$.

c- En déduire que A est inversible et déterminer sa matrice inverse A^{-1} .

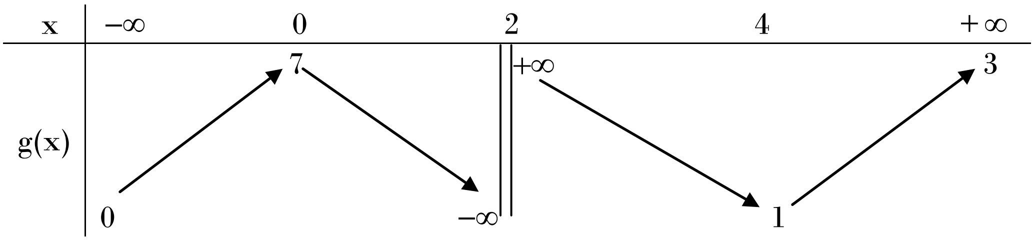
3) Soit le système suivant (S) : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$

a- Donner l'écriture matricielle du système (S).

b- Résoudre alors le système (S) .

EXERCICE N°3: (5 points)

Le tableau ci- dessous représente les variations d'une fonction f .



1) a- Préciser le domaine de définition D_f de la fonction f.

b-Déterminer le nombre des solutions de chacune des équations suivantes : f(x)=0 ; f '(x)=0.

c- Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f \circ f(x)$.

d- Déterminer : f ([0 ; 2 [ ) ; f ( ] 2 ; +∞ [ ) et f ([4 ; +∞ [ )

2) Soit g la fonction définie sur IR* par : $g(x) = -\dfrac{3}{x}$.

Déterminer : $\lim\limits_{x \to 2} (g \circ f)(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} (g \circ f)(x)$.

3) Soit h la restriction de f à l'intervalle $]2, 4]$

Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle K que l'on précisera.

EXERCICE N°4: (6 points)

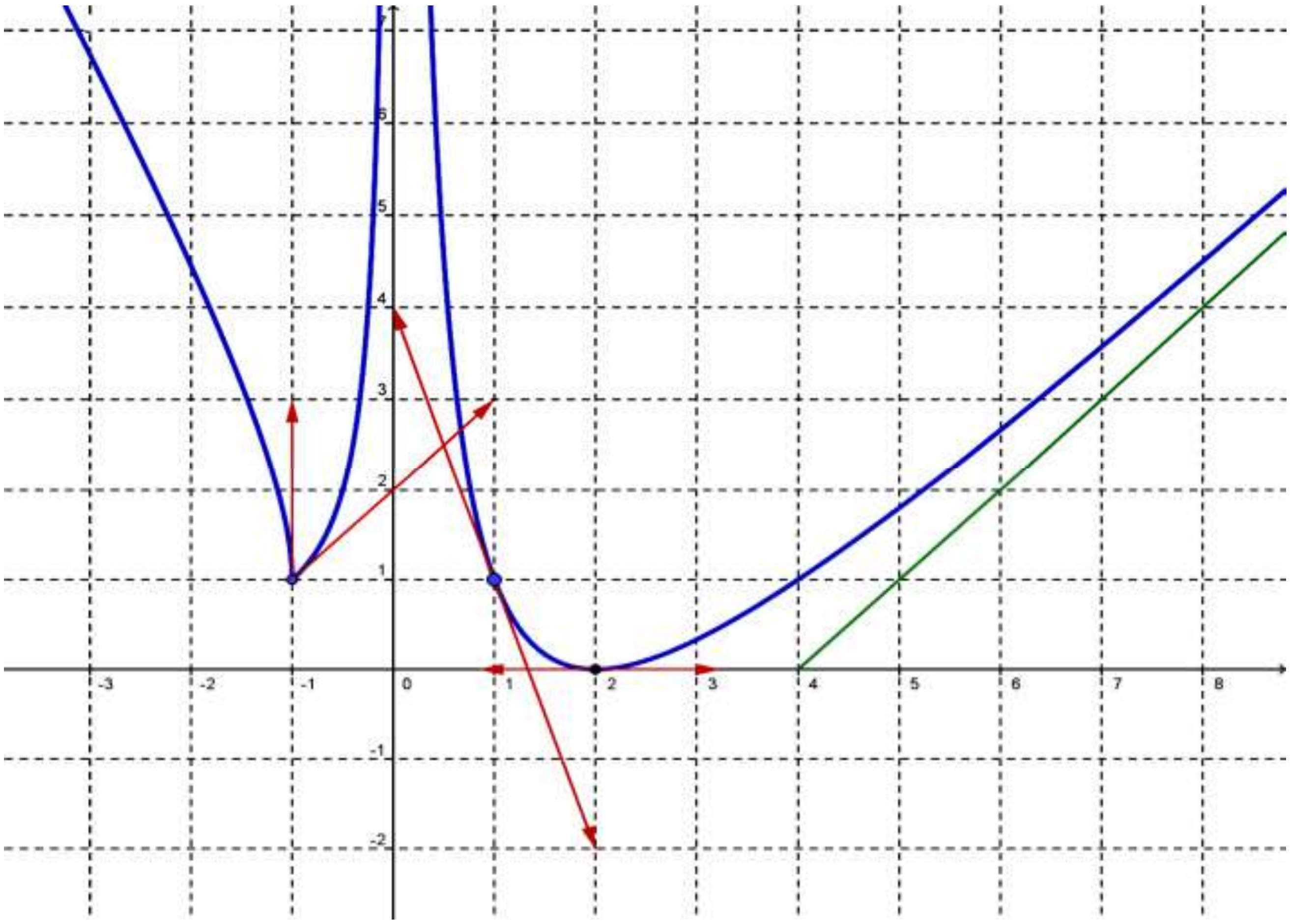
La courbe(ζ_f)ci-dessous est la représentation graphique , dans un repère orthonormé$(O, \vec{i}, \vec{j})$, d'une fonction f définie sur ℝ*.

On sait que : – La droite d'équation : y = x - 4 est une asymptote à la courbe(ζ_f) au voisinage de +∞.

– La droite d'équation : x = 0 est une asymptote à la courbe (ζ_f).

– La droite T est la tangente à (ζ_f) au point A.

– La courbe(ζ_f) admet deux demi-tangentes au point B et une tangente horizontale au point C.



1) a- Déterminer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$.

b- Déterminer : $f\left(\left]-\infty, -1\right]\right)$, $f\left(\left[1 , 4\right]\right)$ et $f\left(\left]0 , 2\right]\right)$

2) a- Déterminer : $\lim\limits_{x \to (-1)^-} \left(\dfrac{f(x)-1}{x+1}\right)$, $f_d'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.

b- Ecrire une équation de la tangente à la courbe(ζ_f) au point C.

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle] 0 , 2]. On note (ζ_g) la courbe représentative de g.

a- Montrer que g est une bijection de l'intervalle] 0 , 2] sur un intervalle J que l'on précisera.

b- On désigne par $(\zeta_{g^{-1}})$ la courbe représentative de g^{-1} la fonction réciproque de g.

Recopier la courbe (ζ_g) et construire dans le même repère la courbe $(\zeta_{g^{-1}})$.

<u>Bon Travail</u>