2012 - 2013Niveau: $4^{\text{ème}} \to G$

Mathématiques Devoir de synthèse N°1

Prof : Zribi Fathi Lycée Taib M'hiri

Exercice N°1 :(6points)

Soit f la fonction définie sur $]2, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$

- 1) Calculer f(7)
- 2) Montrer que f est dérivable sur]2, $+\infty$ [et pour tout x > 2 $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$
- 3) Dresser le tableau de variation de *f*
- 4) a Montrer que f réalise une bijection de]2, $+\infty$ [sur un intervalle J que l'on précisera
 - b Montrer que pour tout $x \in J$ on a $f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-3}$
 - c Calculer $(f^{-1})'(4)$
- 5) Soit la fonction $h(x) = f(\sqrt{x})$ pour tout x > 4
 - a Calculer h'(x)
 - b En déduire le tableau de variation de la fonction h

Exercice N°2:(5points)

Soit les matrices
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
 et $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

- 1 Montrer que A est inversible
- 2 a. Calculer la matrice M = B-2A et la matrice $A \times M$
 - b. Déduire la matrice A-1
- 3 Une usine fabrique 3 types de vélos: V_1 ; V_2 et V_3 : le tableau suivant résume le nombre de vélos fabriqués dans 3 jours

	V_1	V_2	V_3	Recettes
1 ^{ière} jour	2	1	2	850d
2 ^{ème} jour	2	2	1	865d
3 ^{ème} jour	1	1	1	510d

- a. Transformer les informations suivantes dans un système de 3 équations à trois inconnus
- b. Quel est le prix de chaque vélo?

Exercice N°3: (6points)

La courbe ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur IR dans un repère orthonormé $(0,\vec{\iota},\vec{\jmath})$

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

- 1) a f est elle dérivable en (-1)
 - b Déterminer $f^{'}(-1)$
- 2) a Déterminer $f'_{g}(3)$; f(3)
 - b Calculer $\lim_{3^+} \frac{f(x)+2}{x-3}$
- 3) a Déterminer f(-3); f'(-3); f''(-3)
- 4) Calculer $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 5) On donne la fonction g la restriction de f dans]-1,3[
 - a Montrer que f réalise une bijection de]-1,3[sur un intervalle J que l'on précisera
 - b Construire la droite Δ : d'équation y = x

Construire la courbe φ_g et la courbe de $\varphi_{g^{-1}}$ dans un repère orthonormé (o ; i ; j)