

EXERCICE N°1: (4 points)

Choisir la seule bonne réponse (aucune justification n'est demandée) :

1) La forme algébrique de $\frac{1+3i}{1-3i}$ est :

a) $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

b) $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

c) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

2) Soit $z = x + iy \neq 1$, avec x et y deux réels. La partie réelle de $\frac{iz}{z-1}$ est :

a) $-\frac{y}{(x-1)^2 + y^2}$

b) $\frac{z}{z-1}$

c) $-\frac{z}{z-1}$

3) Le conjugué du nombre complexe $z = \frac{1+2i}{1-i}$ est :

a) $\frac{1-2i}{1-i}$

b) $\frac{1-2i}{1+i}$

c) $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

4) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) , si

$\vec{OM} = -r(\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j})$, avec $r > 0$ et $\theta \in]-\pi, \pi[$, alors les coordonnées polaires de M sont :

a) $(r, \theta + \pi)$

b) $(r, -\theta)$

c) $(-r, \theta)$

EXERCICE N°2: (3 points)

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABC un triangle et ζ son cercle circonscrit.

1) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

$$(\vec{MA}, \vec{AB}) \equiv (\vec{AC}, \vec{AB}) [2\pi]$$

2) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

$$(\vec{MA}, \vec{MB}) \equiv (\vec{AC}, \vec{AB}) [2\pi]$$

EXERCICE N°3 (6 points)

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) on considère le cercle trigonométrique ζ de centre o et de rayon 1, soient A et B les points tels que $\vec{OA} = \vec{i}$ et $\vec{OB} = \vec{j}$

- 1) a) Construire le point C de ζ tel que $(\vec{OA}, \vec{OC}) \equiv \frac{50\pi}{3} [2\pi]$
b) Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\vec{AC}, \vec{AO}), (\vec{OB}, \vec{OC})$
- 2) Soit D le point tel que $D = S_{(OA)}(C)$. Vérifier que $D \in \zeta$.
Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\vec{OD}, \vec{OA}), (\vec{AC}, \vec{AD})$.
En déduire que ACD est un triangle équilatéral.
- 3) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $(\vec{MA}, \vec{MC}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$

EXERCICE N°4 :(7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 + 4x + 1$

- 1) a) Etudier les variations de f sur \mathbb{R} .
b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans $] -1, 0 [$
et vérifier que $\alpha = -\sqrt{\frac{-1-4\alpha}{\alpha}}$
c) Dresser le tableau de variation de f et préciser le signe de $f(x)$ pour tout réel x
- 2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - \alpha x + 1} & \text{si } x \leq \alpha \\ x(x^2 + 4) + 2 & \text{si } x > \alpha \end{cases}$
a) Déterminer le domaine de définition de g
b) Montrer que g est continue en α
c) Montrer que la droite $D : y = -x + \frac{\alpha}{2}$ est une asymptote oblique à (C_g) au voisinage de $(-\infty)$
- 3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{\alpha\}$ par : $h(x) = \frac{g(x) - 1}{x - \alpha}$
 h est-elle prolongeable par continuité en α ?
- 4) Montrer que g est dérivable en 0 et calculer $g'(0)$