

EXERCICE N°1 (4 points)

Répondre par **Vrai** ou **Faux** (aucune justification n'est demandée)

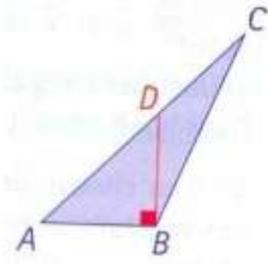
- 1)** Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = -\infty$ alors il existe un réel $B > 0$ tel que $f(x) < 0$, pour tout $x > B$
- 2)** Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = +\infty$ alors il existe un réel $B < 0$ tel que $f(x) > 0$, pour tout $x > B$
- 3)** Si $|f|$ est continue en a alors f est continue en a
- 4)** Si f n'est pas définie en a alors f n'admet pas de limite en a

EXERCICE N°2 (4 points)

ABD est un triangle isocèle rectangle en B.

On pose $a = AB$

Les points A, D et C sont alignés dans cet ordre et $DC = DB$.



- 1)** Déterminer les longueurs des segments de la figure et les angles du triangle ABC.
- 2)** En exprimant de deux façons le produit scalaire $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$, calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

EXERCICE N°3 (5 points)

ABC est un triangle isocèle en B tel que $AB = 6$ et $AC = 4$.

1) Construire le barycentre G des points pondérés (A ; -1), (B ; 2) et (C ; 2).

2) Démontrer que les droites (GC) et (AC) sont perpendiculaires.

3) On considère l'ensemble D des points M du plan tel que : $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{CG} = 12$.

a) Montrer que $M \in D \Leftrightarrow \overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{CG} = -4$

b) Vérifier que A est un point de D.

c) En déduire que $M \in D \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CG} = 0$, identifier l'ensemble D et le construire.

EXERCICE N°4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x^3 + 4x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} - x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$

2) Montrer que f est continue en 0.

3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution α dans $[-1, 0]$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$

4) Soit h la fonction définie sur $]-\infty, 0] \setminus \{\alpha\}$ par : $h(x) = \frac{x f(x) - \alpha f(\alpha)}{x - \alpha}$

Calculer $\lim_{x \rightarrow \alpha} h(x)$

5) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[\setminus \{1\}$ par $g(x) = \frac{f(x) - (\sqrt{2} - 1)}{x - 1}$

g est-elle prolongeable par continuité en 1 ?.