SERIE DE REVISION n° 1	MR. FARHATI HICHEM

EX 1 :

On considère la suite U_n définie par U_0 =3 et U_{n+1} =$\frac{2U_n{}^2+U_n+2}{2+U_n{}^2}$ pour tout n ∈ IN

1) Montrer que pour tout n ∈ IN, on a $U_n > 2$.
2) a) Etudier la monotonie de la suite U_n

   b) en déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.

3) a) montrer que pour tout n ∈ IN,0 < U_{n+1} - 2<$\frac{1}{2}$ (U_n -2)

   b) en déduire que pour tout n ∈ IN , 0 < U_n - 2 < $(\frac{1}{2})^n$

4) retrouver alors sa limite

5) a) montrer que 2n < $\sum_{k=1}^{n} U_k$ < 2n +1 – $(\frac{1}{2})^n$

EX 2 :

On considère la suite U_n par $U_0 =\frac{3}{4}$ et $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n{}^2+\frac{1}{2}U_n$

1) montrer que pour tout n de IN, 0< U_n <1
2) montrer que la suite U est décroissante
3) en déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite
4) montrer que pour tout n de IN, $U_{n+1}<\frac{7}{8}U_n$
5) a) montrer que $U_n <(\frac{7}{8})^n$

   b) retrouver alors sa limite

EX 3 :

On considère la suite définie par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{U_n{}^2+1}{2}} \end{cases}$

1) a- montrer que pour tout n de IN : 0 < U_n <1

   b- montrer que (U_n) est croissante

   c- en déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite
2) soit la suite $V_n = U_n{}^2 - 1$
   a- montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme

   b- exprimer V_n puis U_n en fonction de n

   c- retrouver alors la limite de U_n

EX 4 :

Soit la suite réelle(U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 + \frac{3}{U_n} \end{cases}$

1) montrer que $U_n \geq 2$
2) déterminer le sens de variation de la fonction f définie sur $IR_+{}^*$ par f(x)= 2 + $\frac{3}{x}$
3) soit la suite(V_n) définie par : $V_n = U_{2n}$
   a) montrer par récurrence que *la suite* (V_n) est majorée par 3
   b) montrer par récurrence que la suite (V_n) est croissante.
4) a- montrer que $|U_{n+1} - 3| \leq \frac{1}{2}|U_n - 3|$

   b- montrer que $|U_n - 3| \leq (\frac{1}{2})^n$

   c- en déduire la limite de U_n et celle de V_n
5) soit la suite S_n définie par $S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} U_k$, pour tout n ϵ IN^*

   Montrer que S_n converge vers 3
6) soit la suite q_n définie par $q_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$, pour tout n de IN
   a) montrer que U_n est une suite géométrique dont on précisera la raison
   b) exprimer U_n en fonction de n et retrouver sa limite

Ex 5 :

A- soit la fonction g définie sur [0 ;+∞[par g(x)= $\frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - 1$

1) a) montrer que g est continue et dérivable sur [0 ;+∞[

   b) dresser le tableau de variation de g

2) déduire que $|g(x)| \leq$ 1por tout x ϵ [0 ;+∞[

B- soit la fonction définie sur [0 ;+∞[par f(x) = $\frac{1}{2}$ ($\sqrt{x^2 + 3}$ - x + 1)

1) vérifier que f'(x) = $\frac{1}{2}$ g(x) et déduire que $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$
2) dresser le tableau de variation de f puis déduire que f(x) > 0

C-on considère la suite (U_n) définie par U_0 = 0 et U_{n+1} = f (U_n)

1) montrer que $U_n \geq 0$
2) montrer que $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{2}|U_n - 1|$
3) déduire que $|U_n - 3| \leq (\frac{1}{2})^n$
4) calculer alors la limite de U_n

BON TRAVAIL ET BONNE CHANCE