Exercice n°1 (3 pts)

Pour chaque question ; trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) *La fonction* $f : x \to \sqrt{\frac{x-1}{x}}$ *est définie sur*

   a) $[\,1 , +\infty\,[$ b) $]-\infty , 0\,[\ \cup\ [1 , +\infty[$ c) IR^*

2) *Si* $\lim_{x \to +\infty} (f(x) + x) = 2$ *alors la droite* Δ *est une asymptote à* C_f *au voisinage de* $(+\infty)$

   a) $\Delta : y = 2$ b) $\Delta : y = x - 2$ c) $\Delta : y = -x + 2$

3) *L'équation :* $z^2 = - 3$ *admet dans l'ensemble* $\mathbb{C}$ *exactement :*

   a) *Zéro solution*   b) *une solution*   c) *deux solutions*

4) *La forme exponentielle du nombre complexe* $(-\sqrt{3} - i)$ *est :*

   a) $2\, e^{-i\frac{\pi}{6}}$ b) $2\, e^{i\frac{5\pi}{6}}$ c) $2\, e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

Exercice n°2 (7 pts)

1) *On considère dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$ *l'équation :*

$$(E) :\ z^2 - (\sqrt{3} + 2\,i)\, z - 1 + i\sqrt{3} = 0 .$$

   a) *Vérifier que* $z_1 = i$ *est une solution de* (E) .

   b) *En déduire l'autre solution* z_2 *de* (E)

2) *Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct* $(O , \vec{u} , \vec{v})$. *On considère les points* : A , B *et* M *d'affixes respectives* $Z_A = \sqrt{3} + i$; $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ *et* $Z_M = \alpha\, Z_A$ (*où* α *est un réel strictement positif*)

   a) *Ecrire* Z_A *et* Z_B *sous forme exponentielle .*

   b) *Placer les points* A *et* B *dans le repère* $(O , \vec{u} , \vec{v})$.

   c) *Montrer que* OAB *est un triangle rectangle et isocèle en* O . *Puis calculer son aire* $\mathcal{A}$.

   d) *Pour quelle valeur de* α *l'aire* $\mathcal{A}'$ *du triangle* OBM *soit égale au double de* $\mathcal{A}$.

……………………………………………………………………………………voir suite au verso

Exercice n°3 (4 pts)

Soit f la fonction définie sur IR * *par :* $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}$ *et on désigne par* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère* $(O\ ,\ \vec{\imath},\vec{\jmath}\ )$ *du plan .*

1) *Montrer que :* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ *; Interpréter graphiquement les résultats .*
2) *Montrer que f admet une limite finie en zéro que l'on précisera .*
3) *Déterminer le prolongement par continuité g de f en zéro .*

Exercice n°4 (6 pts)

La courbe (Γ) ci – dessous est celle d'une fonction f définie , continue et dérivable sur IR .

On sait que :

- *La droite d'équation* $y = -1$ *est une asymptote à (Γ) au voisinage de (- ∞) .*
- *La courbe (Γ) admet une seule tangente horizontale .*
- *La courbe (Γ) coupe l'axe* $(O\ ,\ \vec{\imath}\ )$ *en un unique point d'abscisse* x_0 *.*
- *La courbe (Γ) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de* $(O\ ,\ \vec{\jmath}\ )$ *au voisinage de (+ ∞) .*

En utilisant le graphique :

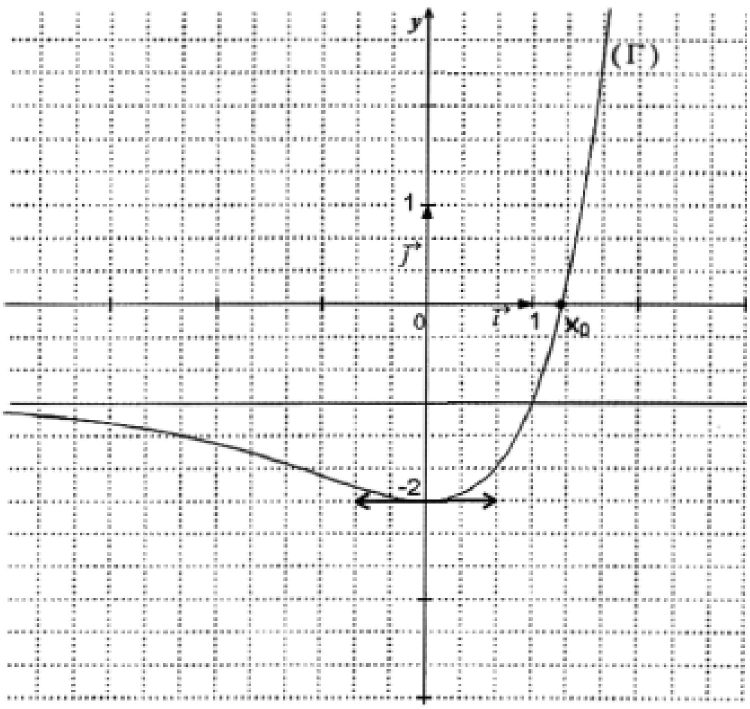
1) Déterminer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

2) Déterminer $f(0)$ *et* $f'(0)$ *.*

3) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de f sur IR .

4) Résoudre l'inéquation : $f'(x) \leq 0$

5) Déterminer suivant la valeur du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ *.*



Bon travail