L. Ibn Charaf Ennadhour	Devoir de contrôle n°1	A . S : 2012 - 2013
P : Horri Nizar	de mathématiques : Durée 2^h	classe : 4sc . tech 2

Exercice n°1 (4 pts)

Pour chaque question ; trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) La fonction $f : x \to \sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$ est définie sur

a) $]-\infty,-1[\,\cup\,]0,+\infty[$ b) $]-\infty,-1]\,\cup\,]0,+\infty[$ c) IR^*

2) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)+x) = 1$ alors la droite Δ est une asymptote à C_f au voisinage de $(+\infty)$

a) $\Delta : y = 1$ b) $\Delta : y = x - 1$ c) $\Delta : y = -x + 1$

1) Les solutions dans l'ensemble $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^2 - i\sqrt{3}\,z + 1 = 0$ sont :

a) Opposées   b) inverses   c) ni opposées ni inverses

2) Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$ alors un argument de $(i\bar{z})$ est :

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$

Exercice n°2 (6 pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+i)z + i = 0$.

2) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$(E_\theta) : \quad z^2 - (1+i)\,e^{i\theta} z + i\,e^{2i\theta} = 0 . \quad (\text{ où } \theta \text{ est un réel }) .$$

a) Vérifier que $z_1 = e^{i\theta}$ est une solution de (E_θ) .

b) En déduire l'autre solution z_2 de (E_θ) .

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points M et M' d'affixes respectives z_1 et z_2.

a) Vérifier que $\frac{z_2}{z_1}$ est un imaginaire pur .

b) Montrer que pour tout réel θ le triangle OMM' est isocèle et rectangle en O .

....voir suite au verso

Exercice n°3 (4 pts)

Soit f la fonction définie sur IR \ {1} par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}$ et on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\vec{j}\ )$ du plan .

1) *Montrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$; Interpréter graphiquement les résultats .*
2) *Montrer que f admet une limite finie en 1 que l'on précisera .*
3) *Déterminer le prolongement par continuité g de f en 1 .*

Exercice n°4 (6 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\vec{j}\ )$. La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur IR .

- *La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à (C) au v ($+\infty$).*
- *(C) admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction $(O\ ,\ \vec{j}\ )$.*
- *(C) admet un maximum relatif au point d'abscisse 1 de valeur $\sqrt{2}$.*
- *(C) admet deux tangentes horizontales aux points d'abscisses respectifs (– 1) et 1 .*

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

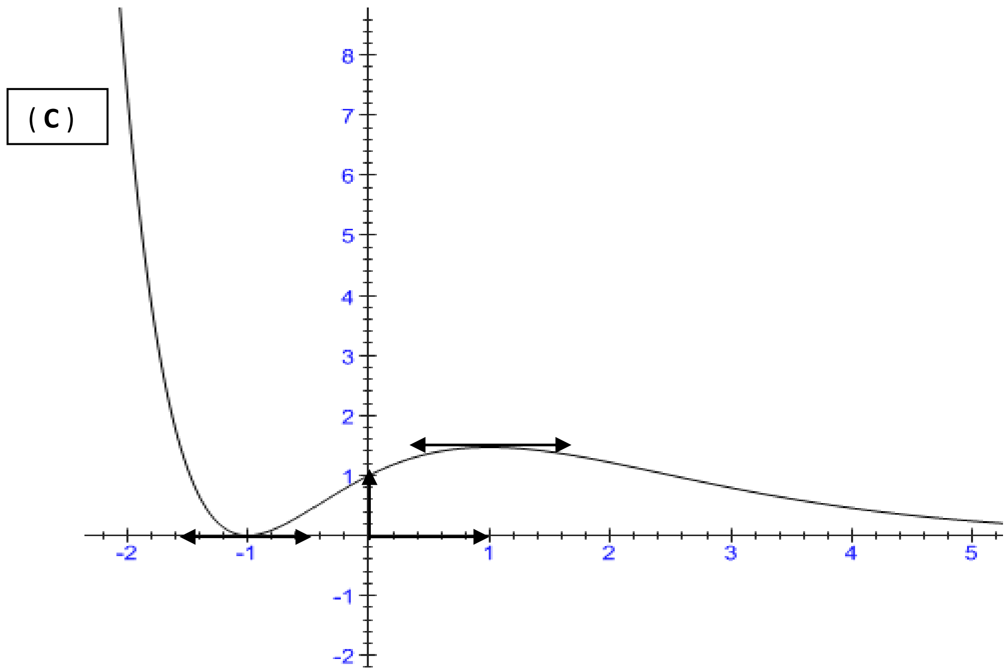
1) *Déterminer $f(0)$.*

2) *Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.*

3) *Dresser le tableau de variation de la fonction f .*

4) *Résoudre : $f'(x) = 0$ et $f'(x) \leq 0$*

5) *Déterminer suivant la valeur du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.*



Bon travail