Mathématiques

Lycée Ibn Sina Menzel Bourguiba

Devoir de synthése n°1

3 ème sc | Mardi:04-12-2012 | Durée : 120 minutes | Prof : WALID Jebali

QCM :(3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre qui correspond

1) Soit f une fonction définie sur $IR \setminus \{1\}$ et tel que : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\sqrt{2} \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -\sqrt{2} \end{cases}$ alors :

a) f est prolongeable par continuité en 1 b) f est continue en 1 c) $f(1) = -\sqrt{2}$

2) la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv -\frac{179\text{®}}{6}[2\text{®}]$ est :

a) $\frac{\text{®}}{6}$ b) $-\frac{\text{®}}{6}$ c) $\frac{5\text{®}}{6}$

3) Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{8x^3 - 1}{2x - 1} & \text{si } x \neq \frac{1}{2} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = a \end{cases}$ f est continue en $\frac{1}{2}$ si

a) $a = 0$ b) $a = \frac{1}{4}$ c) $a = 3$

Exercice 1 :(5points)

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x}$

1) a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que pour x $x \in D_f$ on a : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2}$

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.En déduire que f est prolongeable par continuité en 0.Définir ce prolongement

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$

3) soit : $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x}} & \text{si } x \rangle 0 \end{cases}$

Calculer la limite à droite et à gauche en 0.g est elle continue en 0.

Exercice 2 :(4points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On donne les points $A(2,1)$, $B(4,3)$ et $C(-2,5)$

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) En déduire la nature du triangle ABC

2) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$, CA et CB .En déduire la mesure au degré prés de l'angle ACB

3) Soit $¸_m = \left\{ M(x,y)\ \ tel\ \text{que}\ \overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = -m^2 - 9m \right\}$ ou m est un paramètre réel.

a) Soit I le milieu de $[BC]$ Vérifier que : $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = MI^2 - 10$

b) Déterminer alors $¸_1$

c) Déterminer et caractériser l'ensemble $¸_m$ suivant la valeur de m.

Exercice 3 :(4points)

Dans cet exercice, les calculs peuvent être effectués à la calculatrice ; leur détail n'est pas exigé.
Le tableau ci-dessous nous donne la charge maximale y_i, en tonnes,
qu'une grue peut lever pour une longueur x_i, en mètres, de la flèche.

Longueur x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	35	39	41,7
Charge y_i	10	9	8	7	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

1) Les réponses numériques à cette question seront données à 10^{-2} près.

a)Représenter le nuage de points M(x_i ; y_i) à l'aide d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

d'unités 1 cm pour 2 mètres en abscisses et 1 cm pour une tonne en ordonnées.

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G

2) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ avec $i \in \{1,2,3,4,5\}$

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 du nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ avec $i \in \{6,7,8,9,10\}$

3) a)Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x.
Construire cette droite sur le graphique précédent.

b) Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever une grue avec une flèche de 26 mètres.

Exercice 4 :(4points)

Dans le plan orienté P on considère le triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{68\pi}{3}[2\pi]$

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$

2) On considère les carrées ACFG et ABED tel que : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AD})$.En déduire que le triangle AGD est équilatéral

3) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BA})$ et $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{GF})$

Exercice :(BONUS 2points)

Soit un rectangle ABCD tel que AB=2 et $AD = \sqrt{2}$ .I désigne le milieu de $[AB]$.

Montrer que $(AC) \perp (ID)$