MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE FORMATION **DIRECTION REGIONALE DE MANOUBA**	**SÉRIE DE MATHÉMATIQUES** **CLASSE : DEUXIÈME SCIENCES 1& 2** **THÈME :PROBLÈMES DE PREMIER ET SECOND DEGRÉ**	**LYCEE SECONDAIRE OUED ELLIL** **ANNEE SCOLAIRE 2012 – 2013**
PROF : MR BELLASSOUED		**DATE : OCTOBRE 2012**

EXERCICE 1

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1) $x-1=3x+4$ 2) $|3x+4|=5$ 3) $|3x+4|=|x-1|$ 4) $|3x+4|=x-1$ 5) $|3x+4|=\left||x|-1\right|$ 6) $\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}=2$

7) $x^2-3x+2=0$ 8) $x^2+6x+9=0$ 9) $2x^2-5x-2=0$ 10) $x^2+x-2=0$ 11) $x^2+x-1=0$

12) $4-5x+x^2=0$ 13) $x^2-4x=-5$ 14) $\dfrac{-x^2}{2}+x+6=0$ 15) $\sqrt{3}x^2-4x+2\sqrt{3}=0$ 16) $-6x^2+23x+4=0$

17) $|x^2-x-1|=1$ 18) $|x^2-x-1|=|x+1|$ 19) $x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+1+\sqrt{3}=0$ 20) $x^3+x^2-2x=0$

21) $\dfrac{x^2+2x+1}{x+1}=2x-1$ 22) $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{2}{2x-5}=\dfrac{9}{4}$ 23) $\dfrac{3x}{x+2}-\dfrac{x+1}{x-2}=-\dfrac{11}{5}$ 24) $\dfrac{3x^2+10x+8}{x+2}=2x+5$

EXERCICE 2

a et b et c trois nombres réels non nuls et distinctes deux a deux.

Résoudre dans ℝ les équations en x suivantes

- $x^2-(a+b)x+ab=0$ • $x^2-a(a+b)x+a^3b=0$ • $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$ • $\dfrac{x}{a}+\dfrac{b}{x}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{a}$

EXERCICE 3

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1) $x^4-5x^2+4=0$ 2) $4x^4-4x^2+3=0$ 3) $x-3\sqrt{x}-4=0$ 4) $7x^6-48x^3-7=0$ 5) $(x^2-x)^2=14(x^2-x)-24$

EXERCICE 4

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1) $x-\sqrt{4x-9}=4$ 2) $\sqrt{x^2+1}=7-x$ 3) $2(x+4)+\sqrt{x(x+6)}=16$ 4) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}=5$

5) $\sqrt{6-x}+\sqrt{3-x}=\sqrt{x+5}+\sqrt{4-3x}$ 6) $3x^2-3x-4\sqrt{x^2-x+3}=6$

EXERCICE 5

Résoudre dans ℝ les inéquations suivantes :

1) $-x^2-4x+5\geq 0$ 2) $3x^2-4x+2\prec 0$ 3) $x^2+x-3\succ 0$ 4) $(2x-3)(-2x^2+5x+3)\geq 0$ 5) $x^4-2x^2-3\prec 0$

6) $\dfrac{1-4x}{x^2+x+1}\leq 0$ 7) $\dfrac{2x^2+5x+3}{x^2+x-2}\succ 0$ 8) $\dfrac{x+3}{x^3-1}\succ\dfrac{x-2}{x^3+x^2-2x}$ 9) $\dfrac{(3x^2+2x-1)(x^2+x+1)}{(6-2x^2)(x^2-x-6)}\geq 0$

10) $|x^2+2x-1|\leq 1$ 11) $|x^2+x-2|\leq -x^2+4x$ 12) $\sqrt{x^2+x-2}\leq\sqrt{-x^2+4x}$

EXERCICE 6

m est un réel donné , m≠1. On considère l'équation du second degré : $(m-1)x^2-2x+1-m=0$

Démontrer que pour tout réel m , m≠1, l'équation a deux solutions distinctes x_1 et x_2 de signes contraires

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

$S_1:\begin{cases}x+y=18\\ xy=65\end{cases}$ $S_2:\begin{cases}x+y=4\\ xy=5\end{cases}$ $S_3:\begin{cases}a-b=3\\ a\times b=1\end{cases}$ $S_4:\begin{cases}s^2+t^2=3\\ s\times t=1\end{cases}$ $S_5:\begin{cases}x^2+xy+y=3\\ y^2+yx+x=-1\end{cases}$

EXERCICE 8

Sans calculer les racines x' et x" du trinôme $f(x) = x^2 - 4x - 1$

1- déterminer un trinôme $g(x)$ qui admet Pour racines $x_1 = 3x' + 2$ et $x_2 = 3x'' + 2$

2- déterminer un trinôme $h(x)$ qui admet Pour racines $x_1 = (x')^2$ et $x_2 = (x'')^2$

3- déterminer un trinôme $k(x)$ qui admet Pour racines $x_1 = (x')^2 - 5$ et $x_2 = (x'')^2 - 5$

EXERCICE 9

Déterminer a ($a \in \mathbb{R}$) pour que l'équation $x^2 - 4x + a = 0$ admette deux solutions réelles distinctes comprises

Entre 1 et 5

EXERCICE 10

1)Déterminer les dimensions d'un rectangle **d'aire** 688 cm² et de **périmètre** 107 cm.
2)Déterminer les dimensions d'un rectangle de **diagonale** 13 cm et de **périmètre** 34 cm.
3)Déterminer les dimensions d'un rectangle de **diagonale** 15 cm et **d'aire** 108 cm².
4)Déterminer les dimensions d'un rectangle de **périmètre** 39 cm et **d'aire** 90 cm².

EXERCICE 11

Inscrire un rectangle de 28 cm de périmètre dans un cercle de 5 cm de rayon.

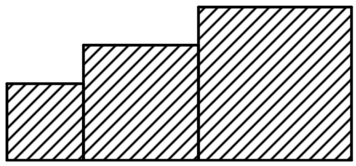
EXERCICE 12

L'aire d'un triangle rectangle est de 429m², et l'hypoténuse a pour longueur ℓ =72 ,5m
Trouver le périmètre du triangle

EXERCICE13

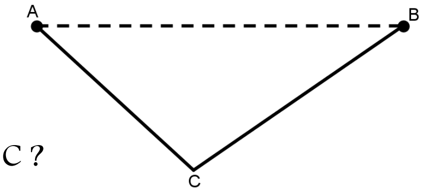
Peut-on trouver trois carrés ayant pour cotés des entiers consécutifs et dont la somme

Des aires est 15125?Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les cotés.



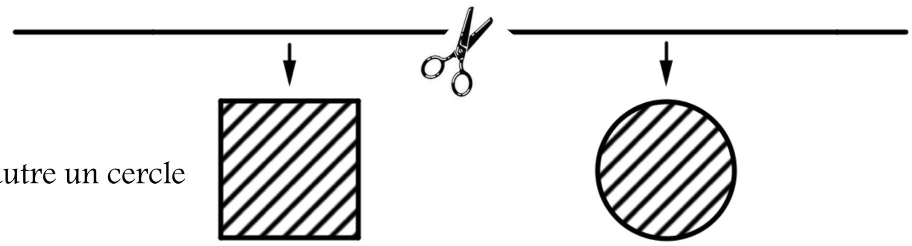
EXERCICE 14

2 clous A et B sont distants de 40 cm.



1) Ils sont reliés par une ficelle de longueur l = 52 cm.
Est-il possible de tendre la ficelle de façon que le triangle ABC soit rectangle en C ?
2)On note l la longueur de la ficèle.
Déterminer les valeurs de l pour lesquelles il est possible de tendre la ficelle de façon que le triangle ABC soit rectangle en C.

EXERCICE 15



On dispose d'une ficelle de 1 m de long.
On la coupe en 2 morceaux.
Avec un morceau on fait un carré, et avec l'autre un cercle
.

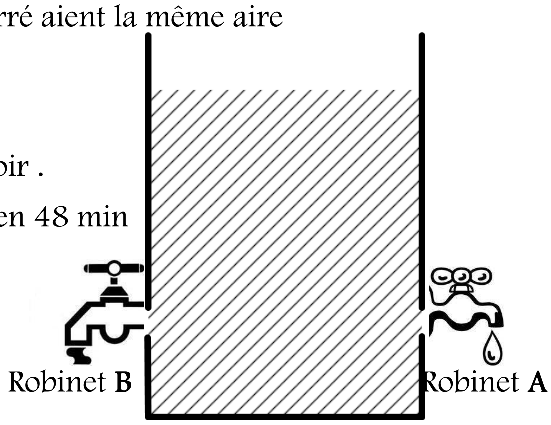
1)Déterminer à quel endroit couper la ficelle pour que la somme des aires du carré et du disque soit minimale
(donner une valeur exacte puis une valeur approchée au mm).
2)Déterminer à quel endroit couper la ficelle pour que le cercle et le carré aient la même aire
(donner une valeur exacte puis un valeur approchée au mm).

EXERCICE 16

Un robinet B met 40min **de plus** qu'un robinet A pour vider un réservoir .

Lorsqu'on ouvre **simultanémen**t les deux robinets le réservoir est vidé en 48 min

Quel temps faut-il a chacun pour vider le réservoir ?



Exercice 17

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D tel que AB = 6 cm,

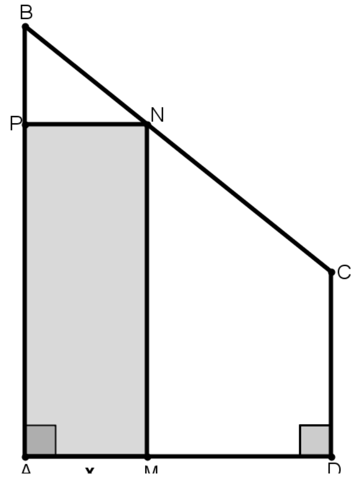
AD = 4 cm et CD = 2 cm

Un point N parcourt le segment [BC];

on construit le rectangle AMNP avec P sur [AB] et M sur [AD].

Exprimer l'aire du rectangle AMNP en fonction de AM

Pour quelle valeur de AM cette aire est-elle maximum?

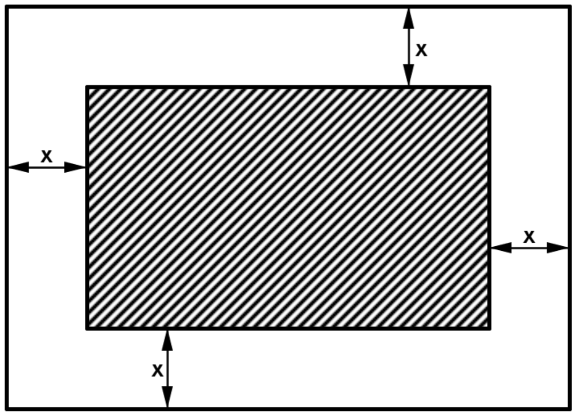


Exercice 18

Les pages d'un livre d'art ont une forme rectangulaire
de 18 cm sur 25 cm.

Elles ont constituées de la zone de texte (hachurée)
et de la marge de largeur constante.
Déterminer la largeur de la marge pour que cette
marge et la zone hachurée aient la même aire.

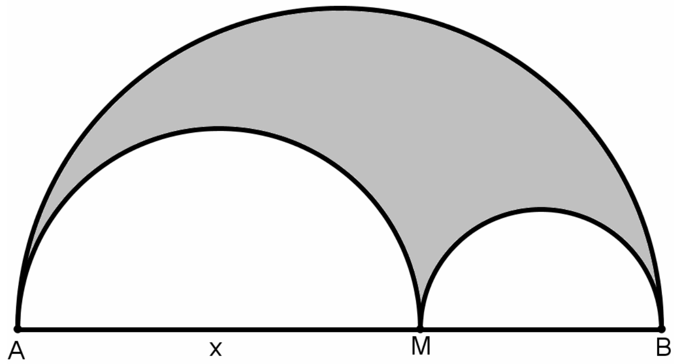
Donner une valeur exacte puis approchée.



Exercice 19

On considère le demi-cercle de diamètre AB = 8 cm.
Soit M un point variable du segment [AB].
On note AM = x.

On considère les demi-cercles de diamètres [AM] et [MB].
Soit A(x) l'aire de la zone hachurée comprise entre ces 3
demi-cercles.

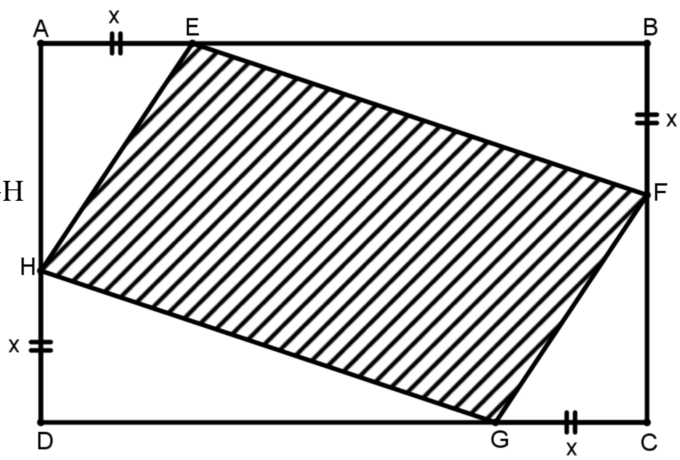


1) Exprimer A(x) en fonction de x.

2) a) Pour quelle valeur de x l'aire hachurée est-elle maximale (donner la valeur exacte) ?
b) Quelle est la valeur maximale de l'aire hachurée (valeur exacte puis approchée à 0,1) ?
3) Déterminer les positions de M pour lesquelles l'aire de la partie hachurée est de 10 cm²
(valeurs exactes puis approchées à 0,1).

Exercice 20

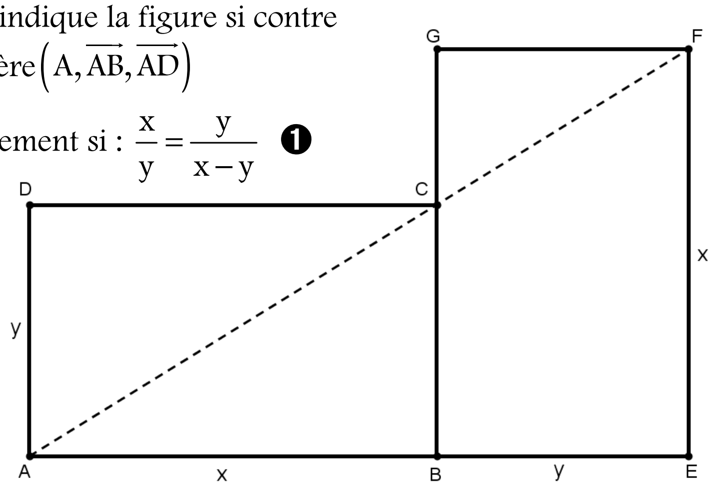
Un jardin se présente sous la forme d'un rectangle
ABCD. AB = 8 m et BC = 5 m.
Le jardinier désire planter du gazon dans un quadrilatère EFGH
tel que : AE = BF = CG = DH= x



1) Démontrer que EFGH est un parallélogramme.
2) Montrer que l'aire du parallélogramme EFGH s'exprime en fonction de x par $A(x) = 2x^2 - 13x + 40$.
3) Est-il possible d'obtenir un parallélogramme d'aire 15 m² ?
4) Quelles sont les aires possibles pour partie gazon?

Exercice 21 : Le nombre d'or

ABCD et EFGB deux rectangles identiques tracés comme l'indique la figure si contre



1-Donner les coordonnées des points A, C et F dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$

2-En déduire que les points A, C et F sont alignés si et seulement si : $\frac{x}{y} = \frac{y}{x-y}$ ❶

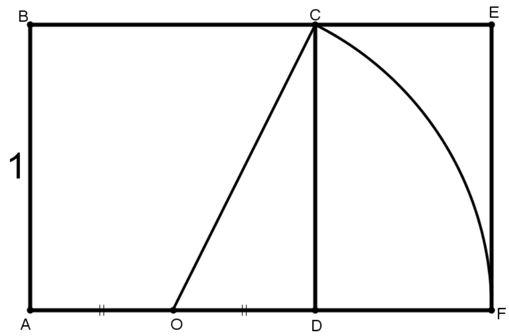
3-a-En utilisant la relation ❶ écrire x en fonction de y

b- En déduire que $\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

- Le nombre $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$ est appelé **nombre d'or**
- Le rectangle ABCD est appelé **rectangle d'or** : $\frac{x}{y} = \Phi$

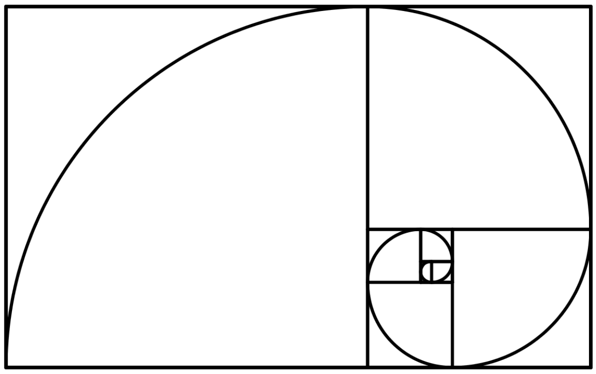
4-Montrer que $\Phi^2 = 1+\Phi$; $\Phi^3 = 1+2\Phi$; $\Phi^4 = 2+3\Phi$; $\Phi^5 = 3+5\Phi$

Application 1 : Construction du nombre d'or



- Soit un carré ABCD
- O milieu de AD
- Un arc de cercle de centre O et de rayon OC coupe la droite (AD) en F
- Le segment AF représente le nombre d'or $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Justifier la construction



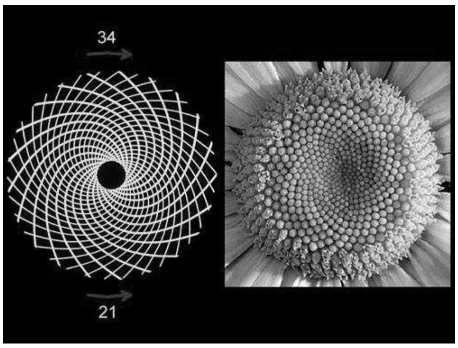
Application 2 ; Construction du spirale d'or

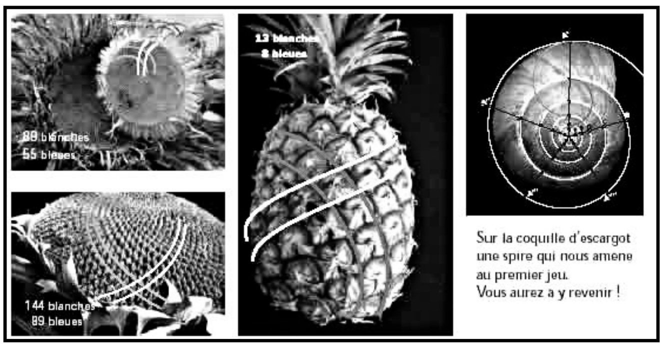
La spirale est construite a partir d'un grand rectangle d'or ABCD
- On retire le grand carré au grand rectangle d'or et on obtient Un petit rectangle d'or .
- En suite, on retire le petit carré petit rectangle d'or et on obtient Un rectangle d'or plus petit
- On réitère l'opération indéfiniment

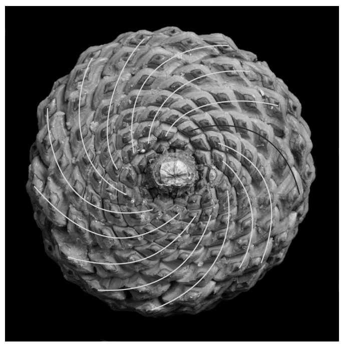
Construire un spirale d'or

Application 3 ; dans la nature

En observant les graines d'une fleur de marguerite , de tournesol, les écailles d'un ananas ou d'une pomme de pin, on s'aperçoit que ces graines et ces écailles s'organisent le long de deux familles de spirales qui tournent en sens opposé. Pour le tournesol, ces deux familles sont généralement composées soit de 21 et 34 spirales, soit de 34 et 55, soit de 55 et 89 soit de 89 et 144 ! .Etonnant !!







Application 4; dans les arts

Ci contre, un tableau de Léonard de Vinci
le visage de Mona Lisa rentre parfaitement dans un rectangle d'Or...
Serais-ce là le secret de son sourire?

N . B : pour plus d'informations taper **« le rectangle d'or »** sur Google