Lycée Houmet Souk 1 Jerba ***Prof: Loukil Mohamed***	***Devoir de Synthèse N : 1*** ***Durée : 2 Heures***	***3 Technique 06*** ***09 Décembre 2011***

EXERCICE N : 1 (*3 points*)

Sans justification *, indiquer pour chacune des questions suivantes , la bonne réponse .*

I) *ABCD un carré de centre O et de coté 2 cm , alors :*

1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ *est égal à :*

a) 0 **b)** 4 **c)** -4

2) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$ *est égal à*

a) $-\sqrt{2}$ **b)** 0 **c)** -2

II) *Soit M un point de la droite (AB) vérifiant* $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -3$ *alors :*

a) $M \in [AB]$ **b)** $M \in [AB) \setminus [AB]$ **c)** $M \in [BA) \setminus [AB]$

III) *Soit* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *deux vecteurs tels que* $\|\vec{u}\| = 1$ *et* $\|\vec{v}\| = 2$.

Le réel $(\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v})$ *est égal à :*

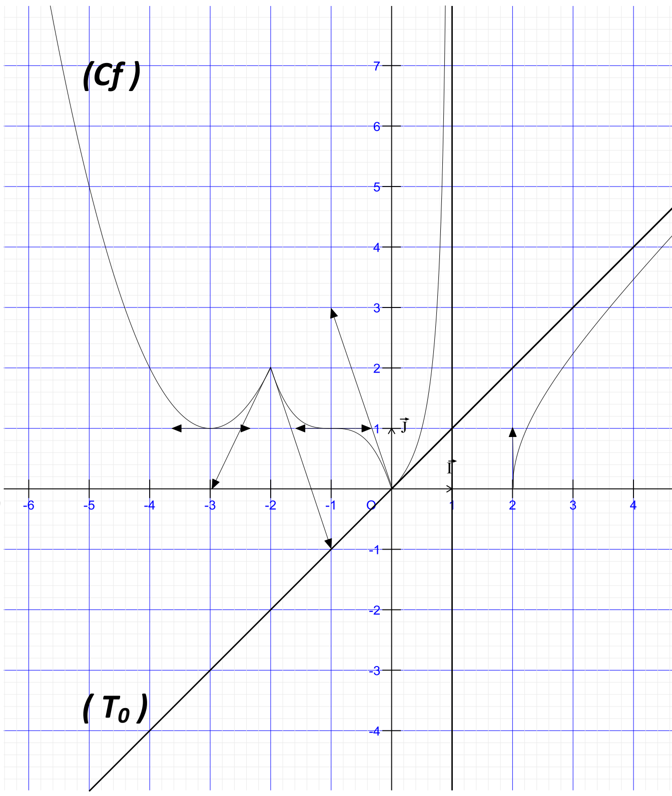
a) 5 **b)** -3 **c)** 0

IV) *Si* $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ *alors :*

a) $\vec{u} = \vec{v}$ **b)** $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$ **c)** $(\vec{u}+\vec{v}) \perp (\vec{u}-\vec{v})$

EXERCICE N : 2 (*6 points*)

*La figure ci-contre contient la représentation graphique **(Cf)** dune fonction f dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$ *et de la demi-tangente* (T_0) *à **(Cf)** au point O.*



1) *Par lecture graphique , déterminer :*

a) *Le domaine de définition* D_f *de f .*

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$

c) *Les solutions de l'équation :* $f'(x) = 0$.

d) $f'_d(-2)$; $f'_g(-2)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{f(x)}{x-2}$.

2) a) *Donner une équation de la demi-tangente* (T_0) .

b) *En utilisant l'approximation affine estimer* $f(-0{,}001)$

3) *Discuter suivant le paramètre m le nombre de solution(s) de l'équation :* $f(x) = m$.

4) *Soit g la fonction définie par :* $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

a) *Déterminer le domaine de définition* D_g *de g .*

b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to1^-} g(x)$; $\lim\limits_{x\to2^+} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{g(x)-1}{x+3}$

EXERCICE N : 3 (*6 points*)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.
On désigne par **(Cf)** *sa courbe représentative dans le repère orthonormé* **R** $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) *Soit a un réel .*

a) *Montrer que* $f'(a) = -3a^2 + 3$.

b) *Donner une équation cartésienne de la tangente* **(T)** *à* **(Cf)** *au point d'abscisse 0* .

c) *Existe-il une tangente à* **(Cf)** *strictement parallèle à* **(T)** *? Justifier la réponse* .

d) *Déterminer les points A et B de* **(Cf)** *dont les tangentes sont perpendiculaires à* $\Delta : x - 9y + 3 = 0$

2) *Soit g la fonction définie sur IR par :* $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x - 1} + 2 & \text{si } x \in]-\infty; 1[\\ g(x) = f(x) & \text{si } x \in [1; +\infty[\end{cases}$

On désigne par **(Cg)** *sa courbe représentative dans le repère* **R**

a) *Calculer les limites suivantes :* $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

b) *Montrer que g est continue en 1 .*

c) *Etudier la dérivabilité de g en 1 . Interpréter géométriquement les résultats obtenus* .

EXERCICE N : 4 (*5 points*)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 1 + \cos(2x) - \sin(2x)$.

1) a) *Calculer :* $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ *et* $f\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$.

b) *Montrer que pour tout* $x \in IR$; $f(x) = 2\sqrt{2}\cos(x)\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

c) *Résoudre dans IR l'équation :* $f(x) = 0$.

2) a) *Montrer que pour tout* $x \in IR$; $f(x) = 1 + \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

b) *Résoudre dans IR l'inéquation* $f(x) \leq 2$.

3) *Soit* $g : [0, 2\pi] \longrightarrow IR$; $x \longmapsto g(x) = \dfrac{f(x)}{\cos(2x)}$.

a) *Déterminer le domaine de définition* D_g *de g .*

b) *Montrer que pour tout* $\in D_g$; $g(x) = \dfrac{\sqrt{2}\cos(x)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. **« On peut utiliser** $\cos(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ **»**

c) *Résoudre dans* $[0, 2\pi]$ *l'équation :* $g(x) = \sqrt{2}$.