Lycée Thèlèpte	**DEVOIR DE CONTROLE N°2**
Niveau ----------- 4 ème Maths	Mathématiques
Prof -------- hafsi Salem	2 heures

Exercice1 :(6pts)

1) Démontrer les propositions suivantes.
   a) $2^{340} \equiv 1 \bmod(11)$
   b) Pour tout entier naturel n , 9 divise $7^{3n} - 1$.
   c) Pour tout entier naturel n, $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ est divisible par11.
2) a) donner suivant les valeurs de n les restes de la division euclidienne de 2^n par 7.
   b) En déduire que si n est pas multiple de 3 alors $2^{n+2} + 2^{n+1} + 1$ est divisible par 7.

Exercice2 :(7pts)

Soit f la fonction définie sur [0,1[par $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$. On désigne par (C_f)sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) a) Montrer que f réalise une bijection de [0,1[sur un intervalle J que l'on précisera.
   b) Montrer, à l'aide une intégration par partie que
$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)\,dx = -\frac{1}{2} + \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx$$
2) Soit $F(x) = \int_0^{\sin(x)} \sqrt{1-t^2}\,dt$; $x \in [0,\frac{\pi}{4}]$.
   a) Montrer que F est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{4}]$ et calculer $F'(x)$.
   b) En déduire que $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x)$ pour tout $x \in [0,\frac{\pi}{4}]$.
   c) Calculer alors $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx$ puis $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)\,dx$.
3) Sur la feuille annexe ci–jointe, on a représenté dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe représentative de f^{-1} (où f^{-1} est la fonction réciproque de f).
   a) Construire dans $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe (C_f).
   b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , $(C_{f^{-1}})$ et les droites d'équations $x = 0$ et $= \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice3 :(7pts)

Dans le plan orienté, on considère un rectangle OABC tel que OA = 2 OC et $\left(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On pose I = O * A, J = B * C et L = I * J. La perpendiculaire menée de I à la droite (OB) rencontre (BC) en un point D. Soit S la similitude directe telle que S(O) = I et S(A) = J. (Voir feuille annexe)

1) Déterminer le rapport k et l'angle θ de S.

2) Déterminer S(B) en utilisant les images des droites (OB) et (AB) par S.

3) Construire alors le point E = S(C)

4) Soit Ω le centre de S

a) Montrer que $S \circ S = h_{(\Omega, -\frac{1}{4})}$

b) Montrer que S∘S(O)= L. En déduire que Ω ∈ (OL)

c) Soit H = I * D. Montrer que S∘S(I)= H. En déduire que Ω ∈ (IH) et construire Ω.

5) Soit σ la similitude indirecte de centre Ω et telle que σ(I) = O.

a) Déterminer le rapport de σ.

b) Construire l'axe Δ de σ.

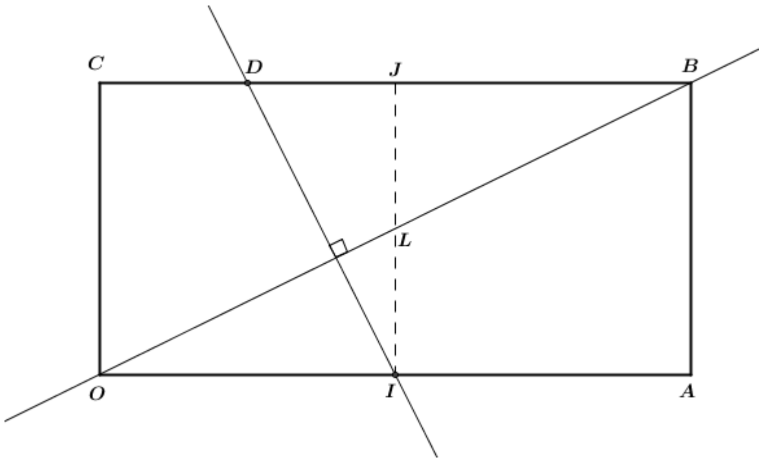
c) Soit K le symétrique de Ω par rapport à I.

Montrer que Δ est la médiatrice du segment [OK].

Bon Travail

Feuille Annexe

Exercice 3



Exercice 2