Classes : 4sc info02	*DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1*	**durée : 02 heurs**
Lycée : hamouda Bacha	**date : 08-12-2011**	

<u>Exercice N°1</u> :(3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée).

1) $Soit\ \ la\ fonction\ f\ définie\ sur\ \mathbb{R}\ par\ \ f(x) = \dfrac{x - cosx}{x^2 + 1}\quad alors$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0\,.$ ***b***) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1\,.$ ***c***) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty.$

2) $f\ une\ fonction\ définie\ sur\ ]-1;+\infty[\ \ tels\ que{:}\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = +\infty\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty\,.alors$

a) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{1}{f\circ f(x)} = -\infty$ ***b***) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{1}{f\circ f(x)} = +\infty$ ***c***) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{1}{f\circ f(x)} = 0$

3) $Les\ solutions\ de\ \ l'équation\ (E){:}\, z^4 - 4iZ^2 - 4 = 0\ sont{:}$

a) $1 + i\ \ et - 1 - i$ ***b***) $-1 + i\ \ et - 1 - i$ ***c***) $2i\ \ et - 2i$

<u>Exercice N°1</u> :(6pts)

1) $Montrer\ que\ (2 + 2i)^2 = 8i$
2) $Résoudre\ Dans\ \mathbb{C}\ l'équation\ \ z^2 - 6z + 9 - 2i = 0$
3) $Soit\ f(z) = z^3 - (6 + i)z^2 + (9 + 4i)z - 9i - 2 = 0\ ; z \in \mathbb{C}$
   $a)\ Vérifier\ que\ \ i\ \ est\ une\ solution\ de\ l'équation\ f(z) = 0$
   $b)\ Déterminer\ les\ nombres\ complexes\ \ a\ \ et\ b\ tels\ que\ \ f(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$
   $c)\ Résoudre\ alors\ \ dans\ \mathbb{C}\ l'équation : f(z) = 0$
4) $Le\ plan\ complexe\ muni\ d'un\ repère\ orthonormé\ (0;\vec{u}\,;\vec{v})$
   $On\ donne\ les\ points\ A; B\ et\ C\ d'affixes\ respectives\ 2 - i\ ; i\ et\ 4 + i$
   $a)\ Placer\ les\ points\ A; B\ et\ C\ dans\ le\ repère\ (0;\vec{u}\,;\vec{v})$
   $b)\ Montrer\ que\ le\ triangle\ ABC\ est\ rectangle\ et\ isocèle$
5) $Déterminer\ et\ constuire\ l'ensemble\ des\ points\ M\ d'affixe\ z\ tels\ que :$
   $$|z - i| = |z - 2 + i|$$

<u>Exercice N°3</u> :(5pts)

$On\ considére\ les\ fonction\ f\ et\ g\ définent\ par\ :\ f(x) = x^2 + 1\ et\ g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$

1) $Déterminer\ les\ ensembles\ de\ définition\ de\ f\ et\ g\ (\,D_f\ et\ D_g)$
2) $a)\ Monter\ que\ f(x) \geq 1\ pour\ toute\ x\ \in \mathbb{R}$
   $b)\ En\ déduire\ que\ D_{g\circ f} = \mathbb{R}^*$
3) $Dans\ cette\ question\ on\ note\ h\ la\ fonction\ défine\ sur\ ]0;\ +\infty[\ par\ h(x) = g\circ f(x)$
   $a)\ Calculer\ \ h(1)\ \ et\ h(\sqrt{3})$
   $b)\ Calculer\ \lim\limits_{x\to0^+} h(x)\ et\ \lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$
   $c)\ Déterminer\ l'expression\ de\ h(x)\ pour\ x \in]0;\ +\infty[$

<u>Exercice N°4</u> :(6pts)

$La\ figure\ suivante\ est\ \ la\ courbe\ (\mathcal{C}_f)d'une\ fonction\ \ f\ dans\ un\ repère\ orthonormé\ (0;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})\,.$
$La\ droite\ \Delta\ est\ une\ asymptote\ au\ voisinage\ de + \infty\ à\ la\ courbe\ (\mathcal{C}_f);$
$\Delta\ passant\ par\ les\ points\ A(1;0)et\ B(4;3)$
$La\ droite\ \mathcal{D} : x = 1\ est\ une\ asymptote\ \ verticale\ \ à\ (\mathcal{C}_f)$

$1)Déterminer\ D_f$

$2)\ Calculer\ \ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\,;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to0^+} f(x)\ \ et\ \ \lim\limits_{x\to0^-} f(x)$

$3)a)\ Montrer\ que\ l'équation\ de\ l'asymptote\ \Delta\ est\ y = x - 1$

$b)\ \ En\ déduire\ \ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} et\ \ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x$

$4)\ Dresser\ le\ tableau\ de\ variation\ de\ f$

$5)\ \ Déterminer\ le\ signe\ de\ f(x)$

$6)\ Soit\ la\ fonction\ g\ définie\ par\ g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}\,.\quad Déterminer\ D_g\ et\ calculer\ \lim\limits_{x\to0^+} g\circ f(x)$