L-S-Ibn khaldoun **Prof : A – Khaled** **Date : 16/02/2012**	**DEVOIR DE CONTROLE N°2** **Mathématiques**	**A-S 2011/2012** **Classe : 4 inf** **Durée : 2h**

EXERCICE N°1 (3pts)

1/ la primitive de la fonction f(x) = lnx sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est :

a) xln(x) – x +1 b) $\frac{1}{2}(\ln x)^2$ c) (x-1) lnx

2/ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(3x+1)}{x}$ est egale à :

A) $+\infty$ b) 3 c) 0

3/ la limite de la suite $U_n = \frac{3-(2)^n}{1+(5)^n}$

A)3 b) $\frac{2}{5}$ c)0

EXERCICE N°2 (4pts)

Soit A la matrice définie par : $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1/ Calculer déterminant de A et en déduire que A est inversible

2/ Soit B la matrice définie par : $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -5 \\ 1 & -5 & 7 \\ -5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

Calculer A.B et En déduire L'inverse A^{-1} de A

3/ Résoudre Dans IR^3 le système S : $\begin{cases} 3x+2y+z=4 \\ 2x+y+3z=7 \\ x+3y+2z=7 \end{cases}$

EXERCICE N°3(7pts)

1/ Soit g la fonction définie par : g(x) = x^2 -1 + lnx pour tout x de $]0,+\infty[$

a) Etudier les variations de g
b) Calculer g(1) et en déduire le signe de g

2/ Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 2 - x + \dfrac{\ln x}{x}$ et ξ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a) Montrer que $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0, +\infty[$

b) dresser le tableau de variation de f

3/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions a et b et que $0 \prec a \prec 1$ et $2 \prec b \prec 2.5$

4/a) Montrer que la droite D : $y = -x + 2$ est une asymptote à ξ

b) Etudier la position de ξ et D et tracer D et ξ

5/ Déterminer la primitive F de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1

<u>EXERCICE N°4</u> (6pts)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1/ Montrer que $f'(x) = \dfrac{1}{(\sqrt{x^2+1})^3}$

2/ On pose $h(x) = f(x) - x$

a) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α et que $1 \prec \alpha \prec 2$

b) Etudier le signe de $h(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$

3/soit U la suite definie par $\begin{cases} U_0 \in]1, \alpha[\\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Montrer que pour tout n de IN , $1 \prec U_n \prec \alpha$

b) Etudier la monotonie de la suite U

c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite