Lycée Maknassy | **SERIE N°9: les oscillations forcées mécaniques** | ALIBI .A.
2011-2012 | - 4 éme TEC et SC EXP- | Sc.physiques

Exercice n° : 1

I/Un pendule élastique (p_1) formé par un solide S de centre d'inertie G, de masse m et pouvant glisser sur un plan horizontal, est relié à l'extrémité d'un ressort horizontal R de masse négligeable et de raideur $K=100Nm^{-1}$ et dont l'autre extrémité B est relié à un moteur. Lorsque le solide est dans sa position d'équilibre, G occupe le point O origine de repère (O, i) d'axe horizontal Ox. A cet instant l'élongation au point B s'écrie $x_B(t)=4.10^{-2}\sin(2\pi Nt)$ avec N la fréquence réglable du moteur.
Le solide S subit une force de frottement visqueux $\vec{f}=-h\vec{v}$ où $\vec{v}$ la vitesse de G ;

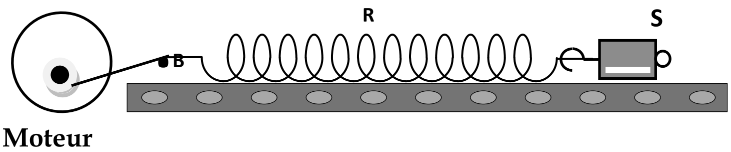
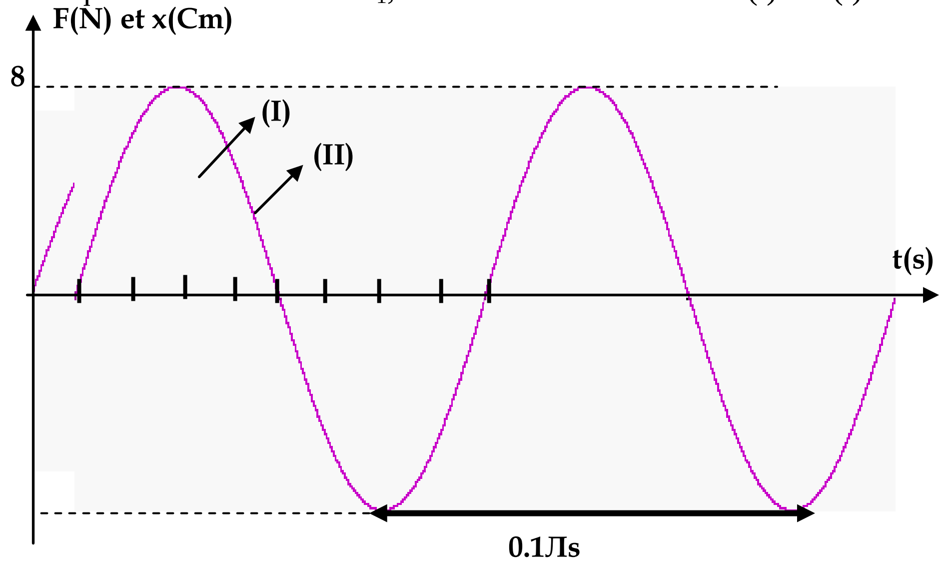


Figure (2)

1- **a-** Représenter, sur la figure (2), les forces appliquées sur S.
b- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x de G s'écrit:
$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + Kx = F_m\sin(2\pi Nt)$ et déterminer la valeur de F_m.

2- Pour une valeur de fréquence du moteur $N=N_1$, on obtient les courbes de F(t) et x(t)



a- Identifier, en justifiant, la courbe de x(t).
b- Déterminer le déphasage de x(t) par rapport à F(t) et la valeur de N_1.
c- Ecrire numériquement, les fonctions x(t), v(t) et F(t).
d- Faire la construction de Fresnel correspondante à cet état d'oscillation.
e- A partir de cette construction, déterminer la valeur de h et de m.
2- pour une autre valeur de $N=N_2$ on remarque que x(t) prend la valeur la plus élevée.
a- De quel phénomène s'agit-il ?
b- En utilisant la construction précédente, déterminer l'expression de X_m en fonction de F_m, m, K, N et h.
c- Montrer que $N_2^2=N_0^2-h^2/(8\pi^2m^2)$.

d- Déterminer la valeur de h à partir de la quelle on ne peut pas avoir ce phénomène.

3- On fait varier la valeur de la fréquence N jusqu'à $N=N_3$ où x(t) devient en retard de phase de (T/4) par rapport de F(t).

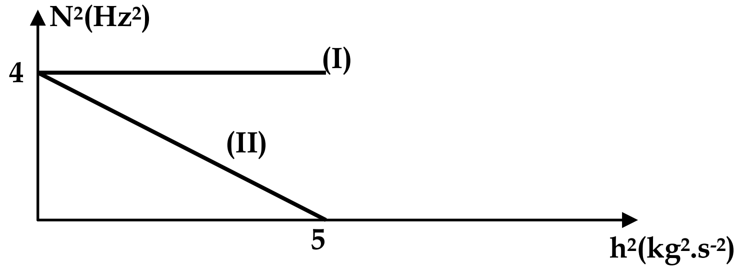
a- Montrer qu'on est à l'état de résonance de vitesse.

b- Cette variation de fréquence est-elle diminution ou augmentation à partir de N_2. Justifier.

c- Donner les expressions numériques de x(t), f(t) et F(t).

d- Montrer que dans ces conditions l'énergie totale du système se conserve.

II/On veut étudier l'effet de h sur les fréquences de résonance d'élongation et résonance de vitesse. A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure la fréquence correspondante à chaque phénomène pour différentes valeurs de h, on obtient les courbes suivantes :



a- Identifier la courbe correspondante à chacune de fréquence de chaque résonance.

b- Déduire la valeur de N_0 et montrer que le pendule utilisé dans cette expérience n'est pas identique à (p_1).

c- Calculer la masse m' et la raideur K' respectivement du solide et du ressort qui constituent le nouveau pendule.

<u>Exercice n° : 2</u>

A l'extrémité libre d'un ressort horizontale à spires non joitives de masse négligeable de constante de raideur K est accroché en corps C ponctuel de masse m =0,1 Kg

1- Etablir la condition d'équilibre de C.

2- Etablir l'expression de la pulsation propre ω_o de cet oscillateur.

3- Le corps C est soumis au cours de son mouvement à des frottements équivalentes à une force unique *f* =-hV , ou h est une constante positive et V la vitesse instantanée de C. Pour entretenir cet oscillateur, on exerce sur C uneforce sinusïdale F(t) $=F_m$ sin ωt de même direction que l'axe du ressort. La position de C est défini à tout instant par son abscisse x mesurée dans le repère (O ;i) O étant la position d'équilibre de C.

a-Etablir l'équation différentielle des oscillations de C qui fait intervenir la variable x et ses dérivées.

b-Pour une fréquence N_1 de la force exitatrice F, on enregistre les courbes F(t) et x(t) .On obtient les graphes de la figure 1 suivants.

- ➢ Identfier la courbe représentant F(t) et celle de x(t).
- ➢ Déterminer la fréquence N_1.
- ➢ Déterminer les amplitudes F_m et X_m.
- ➢ Déterminer le déphasage de x(t) par rapport à x(t).
- ➢ Donner les expressions de F(t) et x (t).

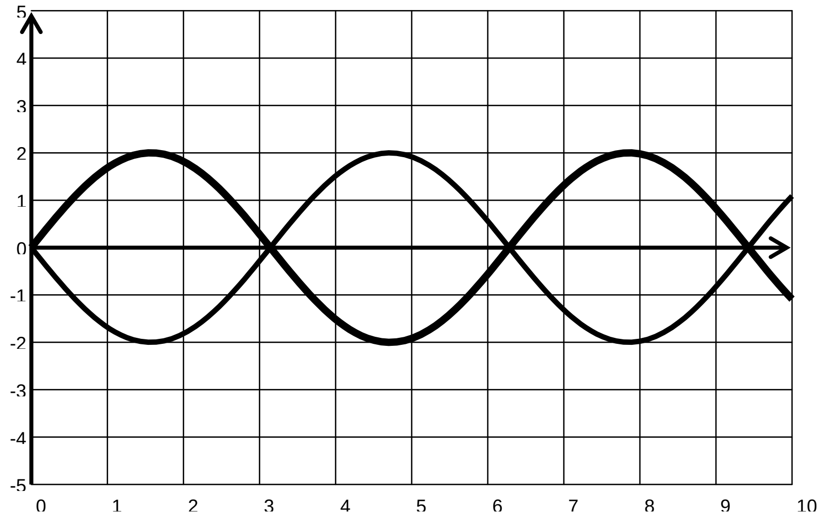
c- Faire la construction de Fresnel et en déduire les valeurs de h et K

Echelle 0,5 N $\longrightarrow$ 1cm

4- Pour une fréquence N_2 de la force excitatrice F on observe les courbes de la force excitatrice F(t) et de la force de frottement *f*(t) sur le graphe fig.2

a- Montrer que l'oscillateur est le siège d'une résonance de vitesse.

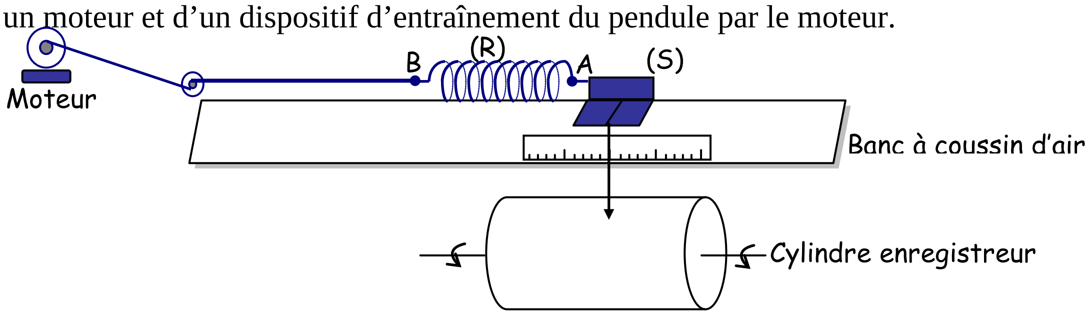
5- a- Donner l'analogue électrique à l'oscillateur mécanique ainsi réalisé b- En déduire, toujours par analogie, l'expression de la vitesse maximale V_m du centre d'inertie du corps C en fonction de (h, k, m, F_m , ω).



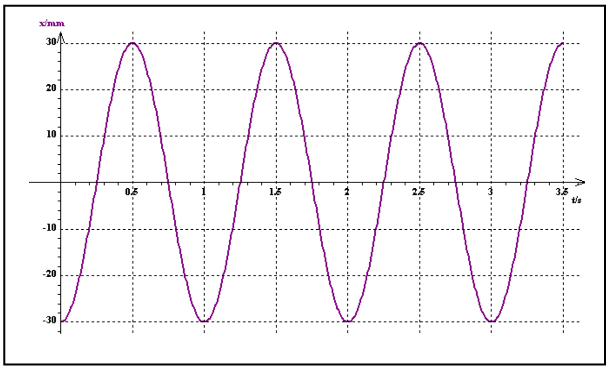
Exercice n° : 3

On utilise le dispositif schématisé ci-après.

Il est constitué d'un pendule élastique horizontal : solide(S) de masse m=100g et ressort (R) de constante de raideur $k=6{,}5\,N.m^{-1}$, d'un moteur et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur.



1- En faisant tourner le moteur à la fréquence $N_e=1tr.s^{-1}$(=1Hz), le solide (S) se met à osciller sur le bac de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une fois le régime permanant est établi on réalise l'enregistrement ci-après.



a- Donner l'expression de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur en fonction de k et m. La calculer.

b- Déterminer graphiquement la fréquence N_1 des oscillations du pendule, la comparer à N_0 puis à N_e.

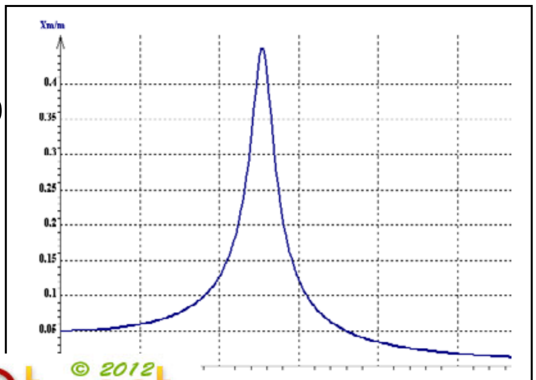
En déduire si les oscillations sont libres ou forcées ?

c- Exprimer numériquement l'élongation x en fonction du temps.

2- On fait varier la fréquence N_e de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude X_m des oscillations du pendule les résultats permettent de tracer la courbe $X_m=f(N_e)$

a- Relever la valeur N_r de N_e pour laquelle X_m est maximale et la comparer à N_0.

b- Qu'appelle-t-on un tel phénomène ?



3- On choisit comme repère galiléen, le repère $(O,\vec{i})$ lié au laboratoire. $\vec{i}$ étant le vecteur unitaire de l'axe et O la position d'équilibre du centre d'inertie G de (S).

a- Par application de la loi fondamentale de la dynamique, établir que les oscillations du pendule sont régies par l'équation différentielle suivante : $m\frac{d^2x}{dt^2}+h\frac{dx}{dt}+kx=F$ avec $F=kx_B=kX_B\sin(2\pi N_et)$

b- Une telle équation admet comme solution particulière $x=X_m\sin(2\pi N_et+\varphi)$.

- Faire la construction de FRESNEL pour le cas $N_e=N_1$.
- En déduire les expressions de X_m et $tg\varphi$.
- Calculer X_B.

c- On donne l'expression de la fréquence de résonance : $N_r=\sqrt{N_0^2-\frac{h^2}{8\pi m^2}}$. Déduire h.

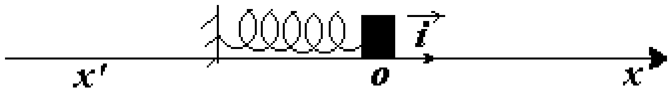
4- Analogie mécanique-électrique.

a- Donner le schéma du circuit électrique équivalent au dispositif mécanique utilisé.

b- En utilisant l'analogie mécanique-électrique, établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant.

Exercice n° : 4

Un oscillateur est formé d'un ressort à spires non jointives , de raideur $K=12Nm^{-1}$ auquel est arraché un solide (S) de masse m=400g.Le solide est mobile sur un plan horizontal. Son mouvement est recùâpe dans la direction du vecteur unitaire i



1) Calculer la fréquence propre ?o de cet oscillateur.

2) Le solide (S) est soumis a une force excitatrice F= $F_m\sin(w_e\ t)$ i

Les frottements sont équivalentes à une force f =-h v, h est une constante positive et v est la vitesse instantanée de (S).

*a- Etablir l'équation différentielle du solide (S).

*b- En admettant que l'élongation du solide (S) en régime forcé est de la forme x(t) = Xm $\sin(w_et$ +j).)

-Etablir en utilisant la construction de Fresnel ,l'expression de l'amplitude Xm puis tg jen fonction dek, Fm , h, m et we .

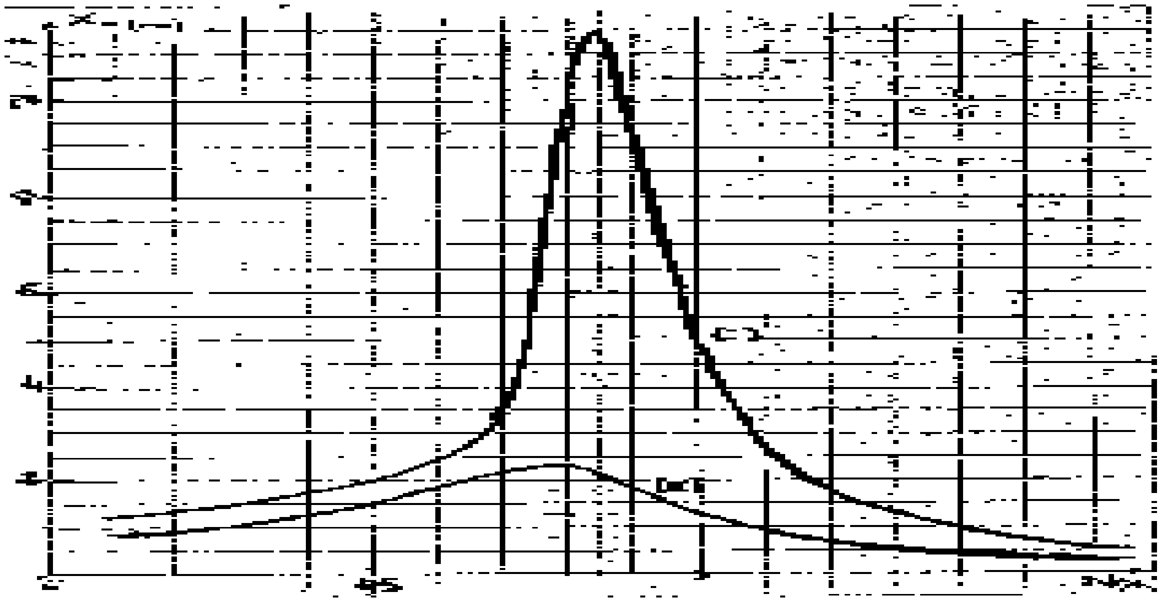
*c- L'amplitude Xm. est maximale pour une valeur we_r. de la plusation w_e.. Etablir l'expression de we_r. en fonction de w_0 ,met h.

3)Montrer qu'il existe une valeur du coefficient de frottement h telle qu'il n'existe plus de phénomène de résonance

B- On mesure l'amplitude Xm du résonateur pour différentes valeurs de fréquence Ne, de l'excitateur.

Les résultats sont représentés graphiquement (courbes (1) et (II) pour deux cas d'amortissement caractérisés par les coefficients d' amortissement h_1 et h_2

1- Quel est le phénomène mis en évidence par les courbes (1) et (II)
2- sachant que $h_1 < h_2$. Identifier les courbes (I) et(II).Justifier.
3- Déterminer pour chaque courbe la valeur de l'amplitude maximale et la fréquence *Nr*
4- Déduire les coefficients d'amortissement h_1 et h_2



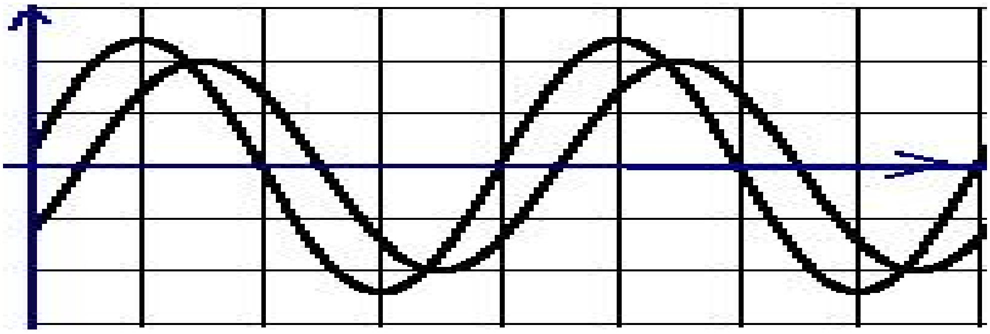
Exercice n° : 5

Un oscillateur mécanique est formé d'un solide S de masse m = 100g suspendue à un ressort vertical de masse négligeable et à spires non jointives de raideur k= $50Nm^{-1}$ est excité par une force
$F = F(t)\, i = F_m \sin \omega t\, .i$ .Un dispositif d'amortissement exerce sur le solide une force de frottement f = -h.v ou h est une constante positive et v étant la vitesse instantanée du solide. L'oscillateur effectue des oscillations forcés de la forme $x = X_m \sin(\omega t+\varphi)$ .Le centre d'inertie G du solide est repéré par son abscisse x dans le repère (O,i) . O étant la position de G au repos (le vecteur i vertical vers le bas).

1) Etablir l'équation différentielle du solide du mouvement du solide .
2) En utilisant la construction vectorielle de Fresnel dans le cas ou $\omega<\omega_0$ ($\omega_0$étant la pulsation propre de l'oscillateur). Etablir l'expression de X_m et tgφ. en fonction de k, F_m , h, m et ω .
3) La figure ci-dessous donne une représentation de F(t) et x(t).

1division horizontale-------->0,1s ;1division verticale-------->2 cm; 1division verticale-------->3N

a) A partire de diagramme de la figure
*Identifier les deux courbes représentant x(t) et F(t). justifier la réponse
*Déterminer :
- La pulsation ω de la force excitatrice
- Les valeurs maximales F_m et X_m.
- Le déphasage φ de l'élongation x de G par rapport à la force excitatrice F .
-En déduire le coefficient de frottement h .
b) Déterminer les expressions de x(t) et F(t) .
4) On change le solide S par un solide S' de masse m'.
a) Calculer m' pour que x(t) devienne en quadrature retard par rapport à F(t) .
b) Donner l'expression de x(t) et de v(t) .
c) De quel phénomène particulier s'agit-il ? .
d) Calculer la puissance moyenne consommée par l'oscillateur
5) Montrer que = Fv - hv^2 ou E désigne l'énergie mécanique du système(solide, ressort, terre) et v désigne la vitesse instantanée du solide .
6)En déduire que E prend à la résonance de vitesse une valeur constante que l'on calculera.



Exercice n° : 6

Un oscillateur mécanique est formé d'un ressort à spires non jointives de raideur $k = 90Nm^{-1}$auquel est attaché un solide S de centre d'inertie G et de masse rn = 100g.
Le solide est mobile sur un plan horizontal son mouvement est rectiligne dans la direction du vecteur, unitaire i .Le mouvement du solide S est étudié dans le repère (o.i) . O est la position du centre d'inertie G du solide à l'équilibre
1- On écarte le solide de sa position d'équilibre d'une distance a = 5cm dans le sens puis on l'abandonne à l'instant t= os.
Au cours de son mouvement le solide subit l'action d'une force de frottement f = -h v te h est une constante positive et v la vitesse du solide S.
On supposera que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du plan horizontal passant par G.
1/ Établir l'équation différentielle du mouvement du solide S. Calculer la période propre de l'oscillateur.
2/ Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du système (terre, solide ; ressort) instant t quelconque et montrer que cette énergie décroît au cours du temps.
3/ Sachant que l'oscillateur perd à chaque oscillation 17°/o de son énergie initiale. Calculer son énergie à l'instant t_l=0s et l'instant t_2 = T. En déduire l'abscisse de G à l'instant t_2
4/ Le solide S est excité à l'aide d'une force F de pulsation w. variable et d'amplitude F_m. constante égale à 4,5N.
a-Etablir l'équation différentielle du mouvement de S

b-En utilisant la construction dé Fresnel, déterminer les expressions donnant X m

5/a) Pour la pulsation w, =10 $rads^{-1}$ Quelle valeur faut-il donner à la constante h pour que S oscille avec l'amplitude X. = 5 cm
b) Déterminer l'équation horaire de mouvement de solide S: x(t).
c) Calculer l'énergie de l'oscillateur à son passage pour sa position d'équilibre d'une part et pour le point d'abscisse x. = 5 cm d'autre part. Conclure.
6/ On fait varie w, pour $w=w_r$, représenter l'allure de la courbe X_m = f(w.) en précisant les cordonnées de son point remarquable.

Exercice n° : 7

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur $K=200.N.m^{-1}$ auquel est accroché à un solide (S) de masse m=500g.
Le solide (S) oscille sous l'action d'un électroaimant qui exerce sur (S) une force excitatrice
$F=F_m \sin(\omega_e t).i$ avec F_m=17N . Les forces de frottements exercées sur (S) sont équivalentes à une force f=-hv, avec $h=8Kg.s^{-1}$

1- Représenter sur le schéma de la figure -2- les forces exercées sur le solide.
2- Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse x du centre de gravité G du solide (S).
3- Pour $\omega_e=10\ rad.s^{-1}$, la réponse du résonateur est de type $X=Xm \sin(\omega_e t+\varphi)$.

a- Faire la construction de Fresnel correspondante au cas considéré.

b- En déduire l'expression de X_m et calculer sa valeur.

c- Déterminer l'expression de $\sin(\varphi)$. Calculer la valeur de φ.

d- Donner les expressions numériques de $T(t)$ et $V(t)$ les valeurs algébriques respectivement de la tension et de la vitesse instantanées.

4- On fait augmenter la valeur de ω_e de l'excitateur jusqu'à ce que X_m devienne maximale et $\omega_{er}=\omega_{er1}$.

a- Qu'appelle-t-on le phénomène obtenu.

b- Déterminer l'expression de ω_{er1} et calculer sa valeur.

c- Montrer que $X_{mr1}= F_m/(\sqrt{h2\ (\omega 0\ - h2\ /4\ m2\ )}$

5- Pour une autre valeur de $\omega_e= \omega_{er2}$, $X(t)$ devient en quadrature de phase par rapport à $F(t)$.

a- Qu'appelle-t-on le phénomène obtenu.

b- En déduire la valeur de ω_0.

c- Calculer la valeur de X_{m2}

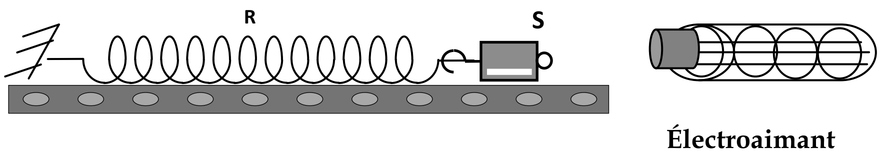


Figure (2)