

Exercice n°1 :

Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur $K=20\text{N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse m ; à l'instant $t=0$, le centre d'inertie G du solide est lancé à partir de la position $x_0=2\text{cm}$ avec la vitesse initiale de $v_0=20\text{cm.s}^{-1}$.

Partie I : Les frottements sont négligeables.

1)

- a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation x du mouvement du centre d'inertie G .
- b- Donner la solution générale de cette équation différentielle et en déduire l'expression de la période propre de l'oscillateur.
- c- La durée de 20 oscillations est $\Delta t=12,56\text{s}$. Montrer que la masse du solide vaut $m=200\text{g}$.

2)

- a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant du lancement.
- b- En déduire l'amplitude X_m des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.

Partie II : les frottements sont représentés par une force $\vec{f}=-h\vec{v}$, ou h désigne le coefficient de frottement du milieu, et v la mesure algébrique de la vitesse du centre d'inertie du solide.

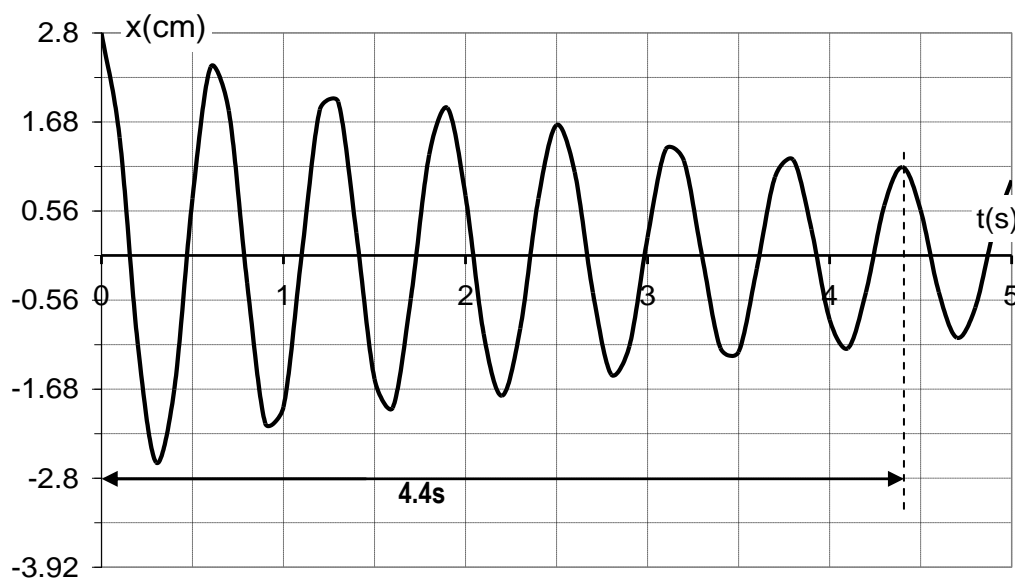
3) La figure 2 donne l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du solide.

- a- Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier.
- b- Qu'appelle-t-on le régime des oscillations du pendule ?
- c- Déterminer la pseudopériode T .

4) L'équation différentielle régissant le mouvement du solide est : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10^4 \cdot x = 0$

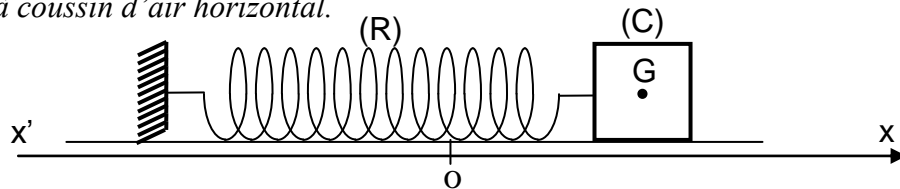
a- Déduire la valeur de la pulsation propre et celle du coefficient de frottement h .

b- Montrer que : $\frac{dE}{dt} = -hv^2$, ou E est l'énergie mécanique du système $S = \{ \text{solide} + \text{ressort} \}$. Conclure quant à la conservation de l'énergie mécanique par le système S .



Exercice n°2 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort de raideur $K=20\text{N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse m qui peut osciller sur un banc à coussin d'air horizontal.

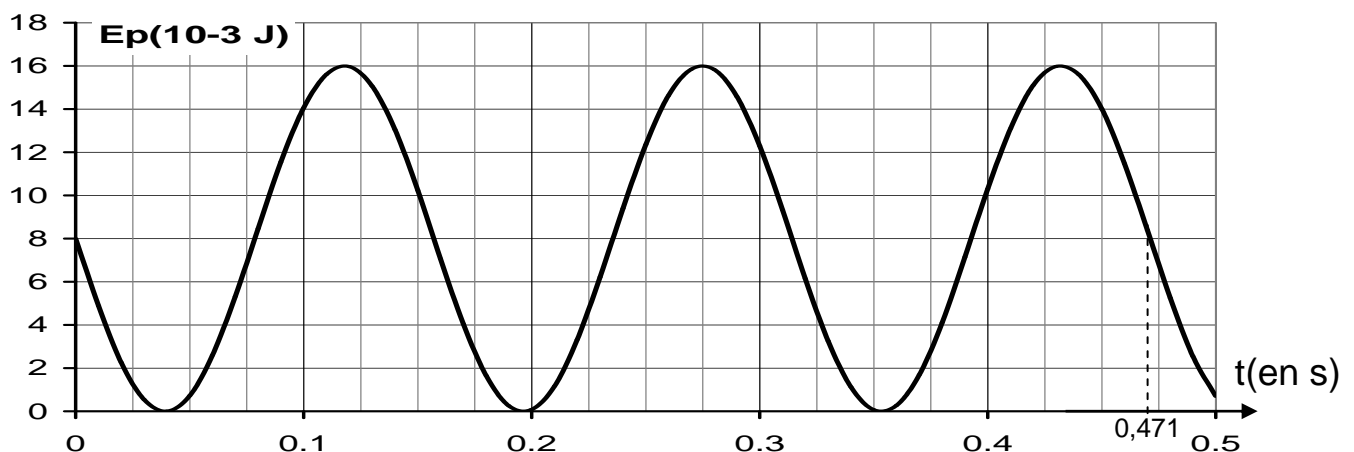


A l'instant $t=0$, le solide est écarté de sa position d'équilibre de $x_0=2\sqrt{2}\text{cm}$ et lâché avec une vitesse initiale v_0 négative.

I- Dans un premier temps, on néglige les frottements du chariot sur le banc.

- 1) Faire l'inventaire des forces exercées sur le chariot et les représenter.
- 2) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- 3) Vérifier que $x(t)=X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle avec ω_0 une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du système.
- 4) Etablir une relation entre x , v , X_m et ω_0 .
- 5) En quel point la vitesse du mobile est maximale ?

II- Grâce à des capteurs appropriés, on enregistre l'évolution temporelle de l'élongation x du centre d'inertie du chariot. On trace la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique E_p du système { chariot, ressort } en fonction du temps.

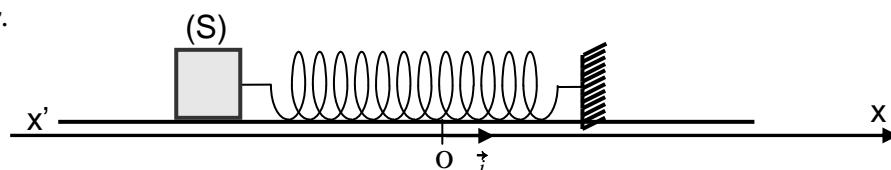


1. Montrer que E_p s'écrit sous la forme : $E_p(t) = \frac{1}{4} K X_m^2 \left[1 + \sin\left(2\omega_0 t + 2\varphi x - \frac{\pi}{2}\right) \right]$
2. En exploitant le graphe I, déterminer la période propre des oscillations T_0 , l'amplitude X_m et la masse m du chariot.
3. Déterminera la phase initiale φ et l'expression de l'élongation $x(t)$.
4. Déterminera v_0 .
5. Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique est constante.

Exercice n°3 :

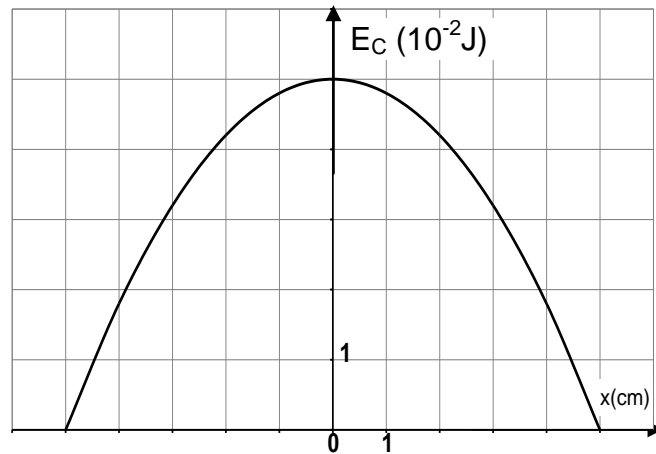
Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . l'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse (voir figure ci-contre).

A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_0 dans le sens positif des élongations.



1. a- Etablir l'équation différentielle relative à x (élongation du centre d'inertie du solide) et donner l'expression de la période propre des oscillations.
b- Montrer que l'énergie mécanique du système { solide, ressort } est constante.

2. La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).



a- Justifier l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique E_C en fonction de x , K et E_{C0} ; énergie cinétique initiale du solide.

b- Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de E_{C0} , X_m et K .

c- En déduire la valeur de la masse m sachant que la période propre est de valeur $T_0 = 0,4s$.

3. Etablir l'équation horaire du mouvement.

4. On immobilise le système, on écarte le solide (S) d'une distance $X_0 = 5$ cm et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale à $t=0s$. Au cours de son mouvement le solide S est, maintenant, soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ (h constante positive).

a- Etablir l'équation différentielle des oscillations en x (élongation de (S)).

b- L'amplitude des oscillations de (S) diminue de $\frac{2}{10}$ de sa valeur au cours de chaque pseudo

période T .

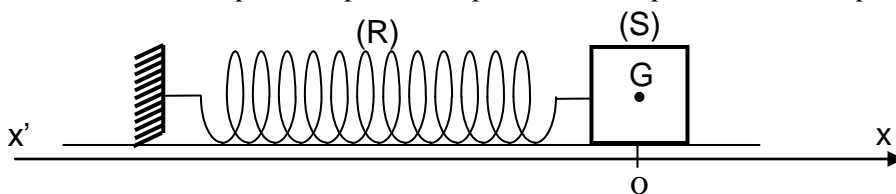
b₁- Nommer le régime d'oscillation.

b₂- Déterminer l'élongation du solide à $t_1 = 2T$.

b₃- Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre les instants de dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 2T$.

Exercice n°4 :

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K . Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

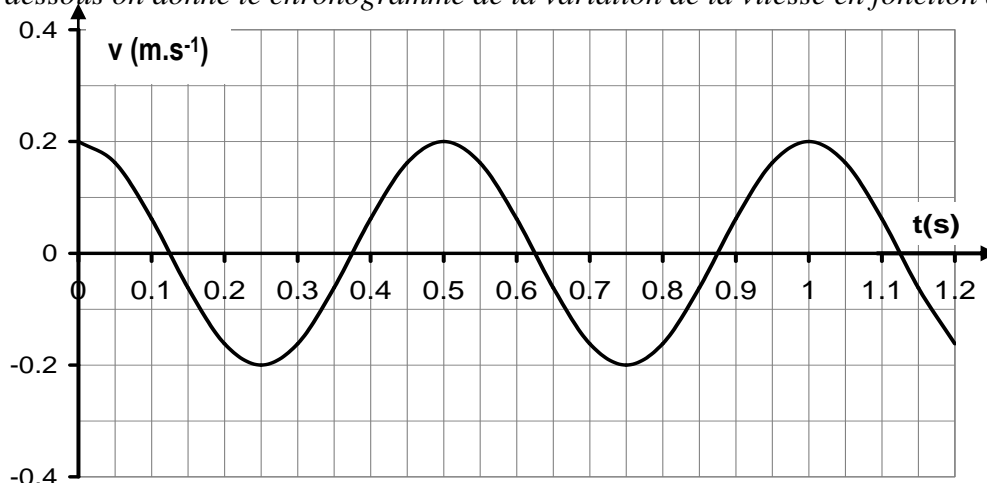


1) Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).

2) Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

a. Etablir la relation entre (V_m et X_m) et (φ_v et φ_x).

b. Ci-dessous on donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, $v = f(t)$:

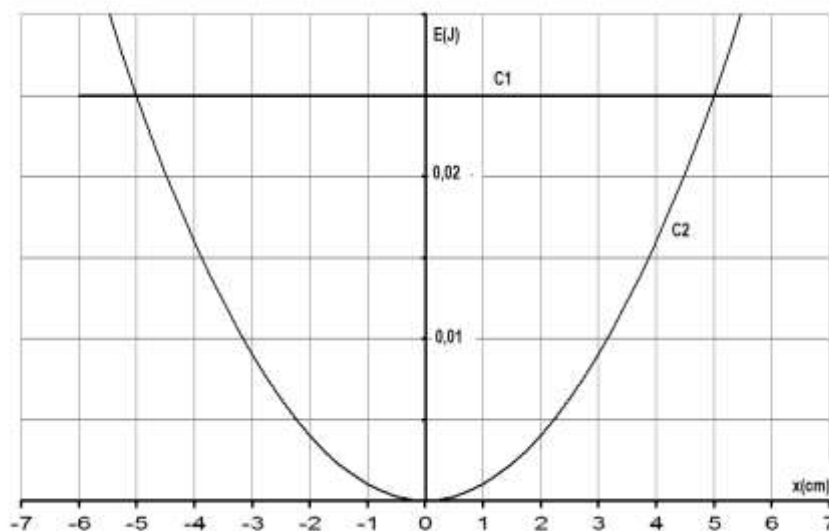


Déterminer : T_0 , V_m , φ_v et ω_0 .

c . Déduire X_m et φ_x , puis écrire $x(t)$.

3) Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.

4) Le graphe suivant représente les courbes $E_p = f(x)$ et $E = g(x)$ ou E_p et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a . Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse.

b . En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide.

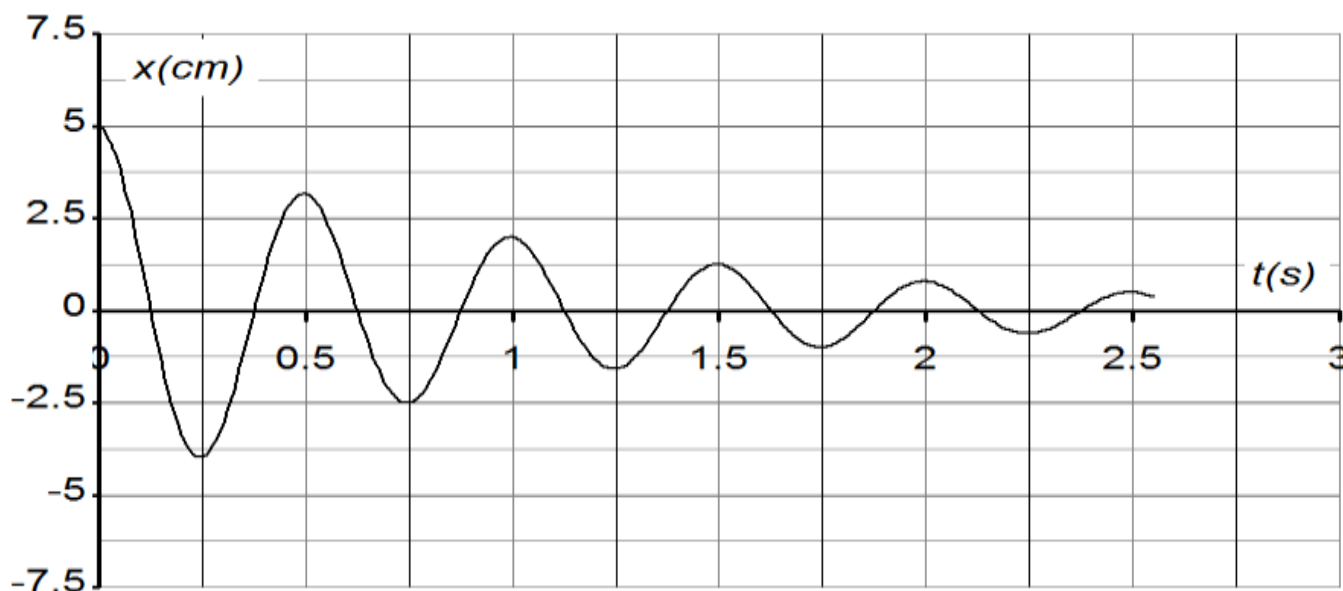
c . Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 4 \text{ cm}$.

5) Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$.

a . L'équation différentielle du mouvement du solide (S) est : $\frac{d^2x}{dt^2} + 4,96 \frac{dx}{dt} + 157,91x = 0$.

Trouver la valeur du coefficient du frottement h .

b . La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, $x(t)$ est donnée par le graphe suivant :

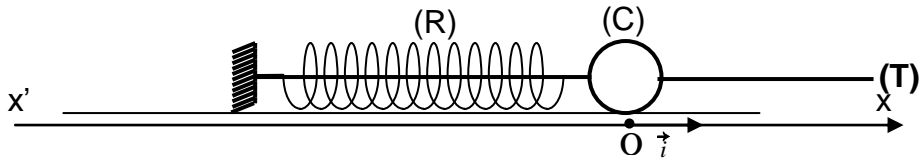


◆ Nommer le régime d'oscillation.

◆ Calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entre $t_1 = 0 \text{ s}$ et $t_2 = 1,5 \text{ s}$.

Exercice n°5 :

On dispose d'un corps (C) de masse $m=0,1$ Kg supposé ponctuel, pouvant coulisser sans frottement sur une tige (T) horizontale. Le corps (C) est au repos tel que son centre d'inertie G coïncide avec la position O, origine du repère (O, \vec{i}) . Il est solidaire de l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k , enfilé sur la tige (T), l'autre extrémité du ressort est fixe comme indiqué sur la figure 1.



1) On écarte le corps (C) de sa position d'équilibre O jusqu'au point d'abscisse $x_0=+2\text{cm}$ et on le lance avec une vitesse V_0 de même direction et sens contraire que \vec{i} .

a . On suppose que l'énergie potentielle de pesanteur dans le plan horizontal contenant la tige (T) est nulle.

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du système { corps (C), ressort, Terre }.

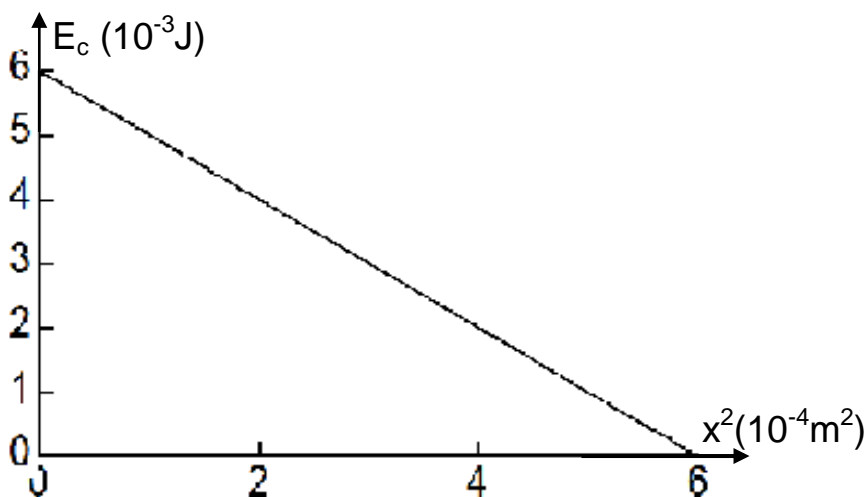
b . Montrer que le système est { corps (C), ressort, Terre } conservatif.

c . Déterminer alors l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de m , k , x_0 et V_0 .

d . En exploitant le caractère conservatif du système { corps (C), ressort, Terre }, montrer que le corps (C) oscille entre deux positions extrêmes symétriques par rapport à O dont on déterminera les abscisses x_1 et x_2 en fonction de m , k , x_0 et V_0 .

2) a. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_C du corps (C) en fonction de m , k , x_0 , V_0 et x .

b. On donne la courbe représentant la variation de l'énergie cinétique E_C en fonction du carré de l'élongation x_2 (figure 2).



Déduire :

- la constante de raideur K du ressort.
- La valeur V_0 de la vitesse du corps (C).
- L'énergie mécanique E .
- Les abscisses des positions extrêmes x_1 et x_2 .
- La valeur de la vitesse du corps (C) au passage par sa position d'équilibre.