

Expressions algébriques

EXERCICE 1

1- Cocher la bonne réponse :

a) L'écriture réduite et ordonnée de $5x - 2x^2 - 4x$ est :

- $-x^2$ $-2x^2 + x$ $-x^4$ Aucune de ces réponses

b) L'écriture réduite et ordonnée de $x^2 + 5x - 4 - 7x + 3x^2 - 1$ est :

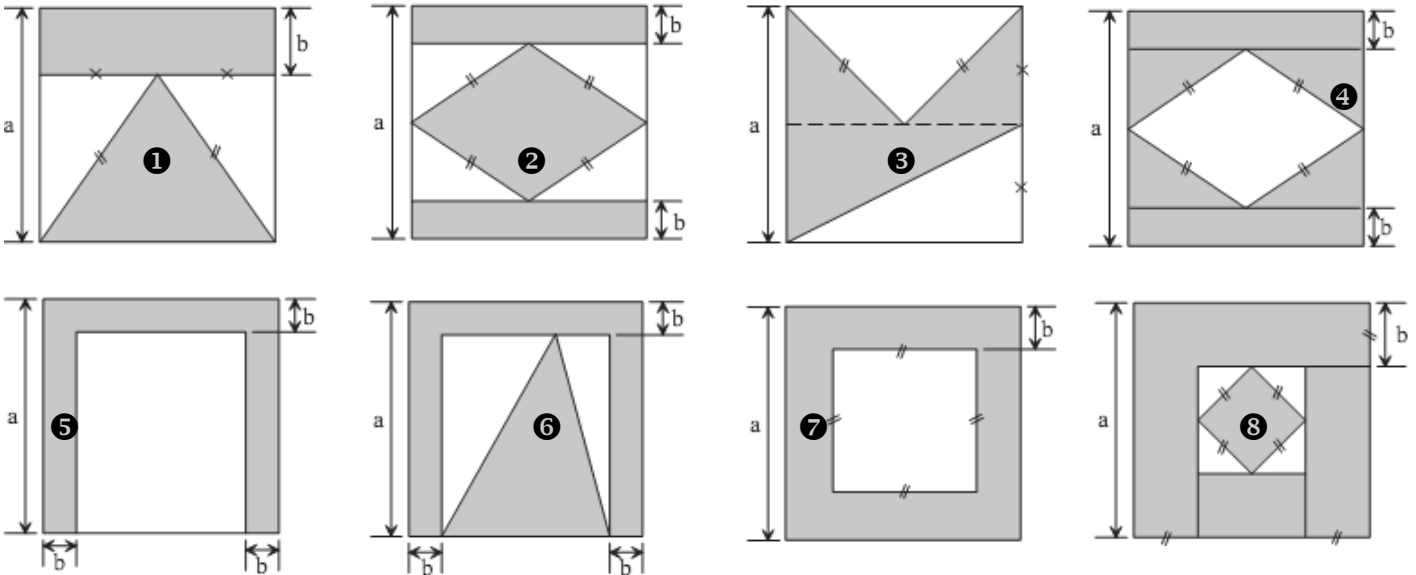
- $-3x^6$ $2x^2 - 5$ $-4x^2 - 2x - 5$ Aucune de ces réponses

c) L'écriture réduite et ordonnée de $2(x - 3x^2) - x(1 - 2x)$ est :

- $-4x^2 + x$ $-8x^2 + x$ $-3x^3$ Aucune de ces réponses

EXERCICE 2

Exprimer dans chaque cas de figure l'aire de la partie grise en fonction de a et b (la figure de base est un carré de coté a)



EXERCICE 3

Pour chaque expression (écrite a gauche) concernant deux nombres x et y, retrouver l'expression algébrique Correspondante (a gauche)

- | | |
|---------------------------------|-------------------|
| 1-double produit | a- $2(x + y)^2$ |
| 2-carré de la somme | b- $2(x^2 + y^2)$ |
| 3-somme des carrés | c- $(xy)^2$ |
| 4-carré du produit | d- $x^2 + y^2$ |
| 5-double de la somme des carrés | e- $(x + y)^2$ |
| 6- double du carré de la somme | f- $2xy$ |

Le mathématicien français **François Viète** a écrit au **XVI^e** siècle :

<<Le double du produit de deux nombres ajouté a la somme de leurs carrés est égal au carré de leur somme >>

<< Le double de la somme des carrés de deux nombres est égal au carré de leur somme augmenté du carré de leur différence >>


Montrer ces deux affirmations

Identités remarquables

EXERCICE 4

calculer les expressions suivantes :

$$(1+2\sqrt{3})^2 - (1-2\sqrt{3})^2 \quad ; \quad (2\sqrt{3}+4) \times (2\sqrt{3}-4) \quad ; \quad (\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{3}-1)$$
$$(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}) \times (\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5}) \quad (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \times (5-2\sqrt{6})$$
$$(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}) \times (\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5}) \quad (1+\sqrt{2})^3 + (1-\sqrt{2})^3$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	
$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$	
$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$	

EXERCICE 5

1- a- développer puis réduire les réels suivantes : $a = (\sqrt{2}+1)^3$ et $b = (\sqrt{2}-1)^3$

b- en déduire que $(a+b)^3 = 2000\sqrt{2}$

2- on donne l'expression A suivante $A = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$

calculer A^2 puis en déduire la valeur de A

3- x est un nombre réel non nul tel-que $x + \frac{1}{x} = 2$. montrer que $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

EXERCICE 6

Factoriser les expressions suivantes

$$P = x^2 - 6x + 9 \quad Q = x^2 + 2x + 1 \quad R = 4x^2 + 4x + 1 \quad S = x^2 - 6x + 8 \quad T = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \quad U = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$$

$$A = (x-3) \times (2x-1) + x^2 - 9 \quad B = (2x-7) \times (2x+1) + 4x^2 - 1 \quad C = 4x^2 + 4x + 1 - (x-5) \times (2x+1)$$

$$D = x^2 - 6x + 9 + (2x-6) \times (5x+1) \quad E = (5x+3)^2 + (2x-1)^2 - (3x+4)^2$$

$$F = x^3 - 1 \quad ; \quad G = x^3 + 8 \quad ; \quad H = 27x^3 - 2\sqrt{2} \quad ; \quad M = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \quad ; \quad N = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$$

$$P = x^3 - 8 + (x-2)^2 \quad ; \quad Q = x^6 - 27 + (x^2 - 3)(-3x^2 + 3\sqrt{3}) \quad ; \quad R = x^3 + (x-2)(x^2 + 2x + 1) + 1$$

EXERCICE 7

développer puis réduire les expressions suivantes

$$A = (5x-3)^2 - (3x+\sqrt{2}) \times (3x-\sqrt{2}) - (4x+1)^2 \quad B = (x^2-1) \times (x^2+1+x\sqrt{2}) \times (x^2+1) \times (x^2+1-x\sqrt{2})$$

$$C = (x+1)^3(x-1)^3$$

Equations et inéquations du premier degré a une inconnue

EXERCICE 8

on considère l'expression A suivante $A = x^3 - 1$; $x \in \mathbb{R}$

1- calculer la valeur de A pour $x=0$; $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1 + \sqrt{2}$

2- factoriser l'expression A

3- on considère l'expression B suivante $B = x^3 - 1 - (x-1)(x+5)$; $x \in \mathbb{R}$

montrer que $B = (x-1)(x+2)(x-2)$

4- résoudre dans \mathbb{R} l'équation $B=0$

EXERCICE 9

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

$$1^\circ) 2x+3=5x-1 \quad 2^\circ) \frac{2}{5}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{10}x + 1 \quad 3^\circ) (x+2)(x+3) + (x+2)(2x-5) = 0 \quad 4^\circ) (2x+1)(x+3) + 4x = -12$$

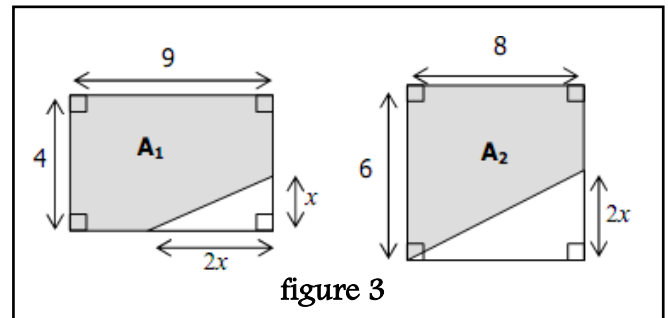
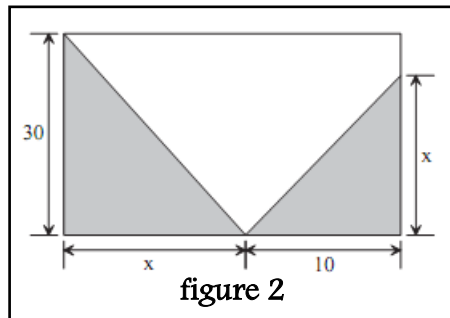
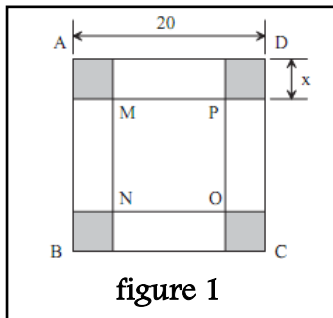
$$5^\circ) |x+\sqrt{2}| = -3+\sqrt{5} \quad 6^\circ) |x+\sqrt{2}| = |2x-\sqrt{2}| \quad 7^\circ) |2|x|-5| = 3 \quad 8^\circ) \sqrt{x^2+1} = 5 \quad 9^\circ) \sqrt{x^2+4x+4} = 3$$

$$10^\circ) (2x-1)(x+3) + x^2 - 9 = 0 \quad 11^\circ) (x-1)^2(x+3) + x^2 - 2x + 1 = 0 \quad 12^\circ) (x-1)^2(x+1) + x^2 - 1 = 0$$

$$13^\circ) (x-1)^2(x+1) + x^3 - 1 = 0 \quad 14^\circ) (x-2)(4x+5) + x^3 - 8 = 0 \quad 15^\circ) (8x+7)(x^2-9) + x^4 = 81$$

EXERCICE 10

- 1- dans le cas de la figure 1 ABCD et MNOP sont des carrés
 - a- Exprimer, en fonction de x, l'aire S du carré MNOP
 - b- Déterminer x pour que S soit égale à la somme des aires des quatre carrés hachurés
- 2- dans le cas de la figure 2 Déterminer x pour que l'aire hachurée soit égale à la moitié de l'aire du rectangle
- 3- dans le cas de la figure 3 Déterminer x pour que les deux aires hachurées A_1 et A_2 soient égales



EXERCICE 11

- 1- Donner le tableau de signe de chacun des expressions suivantes
 $2x-5$; $-3x+3$; $(x+3)(-2x+4)$; x^2-4 ; $(9x^2-4)(-x+2)$
- 2- Trouver 4 réels a, b, c et d pour que le tableau de signe si dessous est celle de l'expression $(ax+b)(cx+d)$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$(ax+b)(cx+d)$	+	0	-	0	+

EXERCICE 12

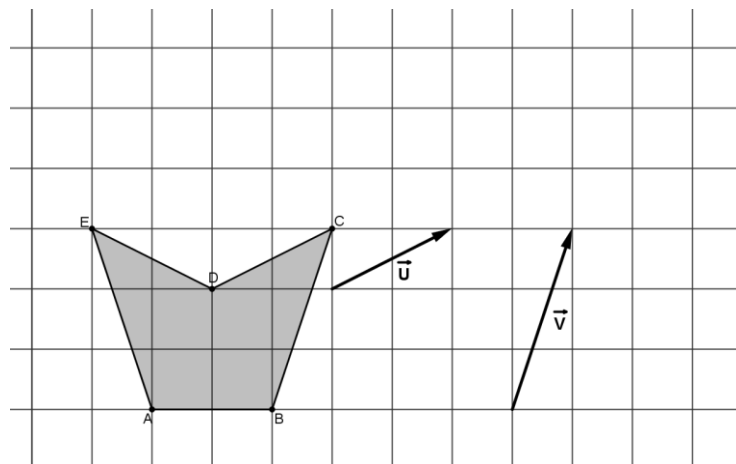
Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

$$2x-5 \geq 0 ; -3x+3 \leq -x+1 ; |4x+8| \leq 4 ; (x+3)(-2x+4) > 0 ; (9x^2-4)(-x+2) \geq 0 ; (x+3)(-2x+4) \leq x^2-9$$

translations

EXERCICE 13

Construire les images de la figure grise si dessous par chacun Des translations des vecteurs \vec{U} et \vec{V}



EXERCICE 14

Soit ABC un triangle et I le milieu de [BC]. Δ est parallèle a (AI) passant par B

Soit $t_{\vec{AB}}$ la translation de vecteur \vec{AB}

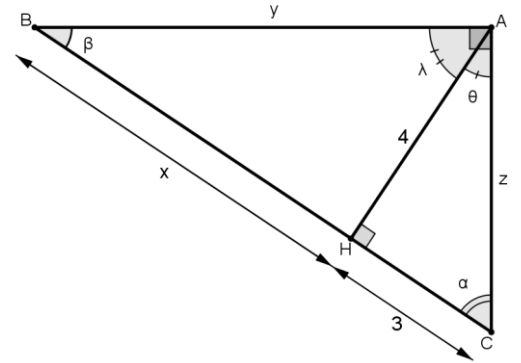
- 1- Déterminer l'image de la droite (AI) par $t_{\vec{AB}}$
- 2- La parallèle a (AB) passant par C coupe (AI) en L et la droite Δ en K
 - a- montrer que $t_{\vec{AB}}(C) = L$
 - b- déterminer en justifiant l'image de L par $t_{\vec{AB}}$
- 3- Le cercle \mathcal{C} de diamètre [AC] recoupe (AB) en M et le cercle \mathcal{C}' de diamètre [BL] recoupe (AB) en N
 Montrer que $t_{\vec{AB}}(M) = N$

Trigonométrie du triangle rectangle

EXERCICE 15

calculer les mesures des longueurs de x , y et z ainsi que les mesures des angles α ; β ; θ et λ

- α : alpha
- β : beta
- θ : thêta
- λ : lambda

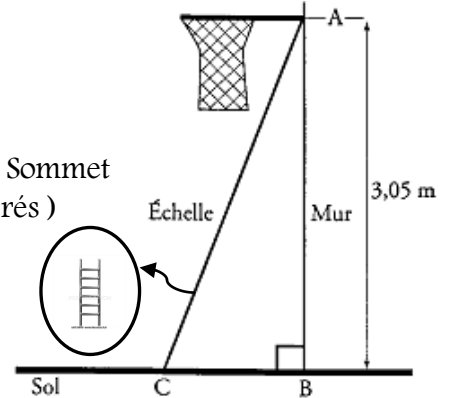


EXERCICE 16

- 1- on veut installer un panier de basket . on doit le fixer a 3,05 m du sol
L'échelle que l'on besoin mesure 3,20m

A quelle distance du pied du mur doit- on placer l'échelle pour que son Sommet soit juste au niveau du panier ?(donner une valeur approchée a 10^{-2} près)

- 2- calculer l'angle formé par l'échelle et le sol .
(donner une valeur approchée a 10^{-2} près)



EXERCICE 17

Construire un angle dans chacun des deux cas suivants **1°cas** : $\cos x \hat{=} \frac{3}{7}$; **2°cas** : $\tan x \hat{=} \frac{8}{5}$

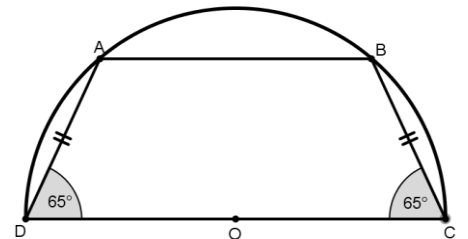
EXERCICE 18

x et y deux angles aigus . montrer les relations suivantes :

- $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
- $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$
- $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- $\cos^2 x - \cos^2 y = \sin^2 y - \sin^2 x$
- $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$
- $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \cos^2 x \cdot \sin^2 x$
- $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x$
- $\cos^6 x + \sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1$

EXERCICE 19

Le périmètre du trapèze isocèle mesure 13,15 cm
Le diamètre CD du demi cercle mesure 5,3 cm
Calculer AB



EXERCICE 20

ABCD est carré de coté 1 . AIB est un triangle équilatéral .
La médiatrice de [AB] et [CD] passant par I coupe (AB) en K et (CD) en H .

- 1- justifier que le triangle ADI est isocèle
- 2- calculer en justifiant les mesures des angles $\hat{I}AB$; $\hat{I}AD$ et \hat{ADI}
- 3- en déduire que $\hat{HDI} = 15^\circ$
- 4- montrer que $IH = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

indication : on rappelle que la hauteur d'un triangle équilatéral de coté a est $a \frac{\sqrt{3}}{2}$

- 5- a- démontrer que $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$
- b- en déduire les valeurs exactes de $\cos 15^\circ$ et $\sin 15^\circ$

