Série n° 8

Cinématique – Mouvement rectiligne – Mouvement sinusoïdal

Exercice n° 1 :

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ le vecteur vitesse d'un point mobile est $\vec{V} = 5.\vec{i} - (3t - 5).\vec{j}$ (**V** en **m.s^{-1}**).

A l'instant **t_0 = 1 s**, le mobile passe par le point **M_0** de coordonnées **x_0 = 2 m** et **y_0 = 3 m**.

1) **a)** Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération.

b) Donner les équations horaires **x = f(t)** et **y = f(t)** du point mobile.

c) Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire.

2) **a)** Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'instant **t = 1 s**. On précisera la valeur de l'angle **α** que fait $\vec{V}$ avec le vecteur unitaire $\vec{i}$.

b) Déterminer les composantes normale $\vec{a_n}$ et tangentielle $\vec{a_t}$ du vecteur accélération à l'instant

t = 1 s.

c) En déduire le rayon de courbure **R** à cet instant.

Exercice n° 2 :

Un mobile **M** décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère espace $(O, \vec{i})$, son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixé à **t = 5 s**.

A l'instant **t_0 = 0 s**, le mobile passe par un point **M_0** d'abscisse **x_0 = - 0,5 m**, avec une vitesse **v_0 = - 1 m.s^{-1}**. Au passage par le point **M_1**, d'abscisse **x_1 = 5 m**, sa vitesse est **v_1 = 4,7 m.s^{-1}**.

1) Calculer l'accélération a du mobile.

2) Calculer la date **t_1** à laquelle le mobile passe par le point **M_1**.

3) Donner l'équation horaire du mouvement du mobile.

4) A la date **t = 2 s**, un deuxième mobile **M'** passe par le point d'abscisse **x_1 = 5 m**, avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse **v' = 4 m.s^{-1}**.

a) Calculer la date **t_r** de la rencontre des deux mobiles.

b) En déduire l'abscisse **x_r** de cette rencontre.

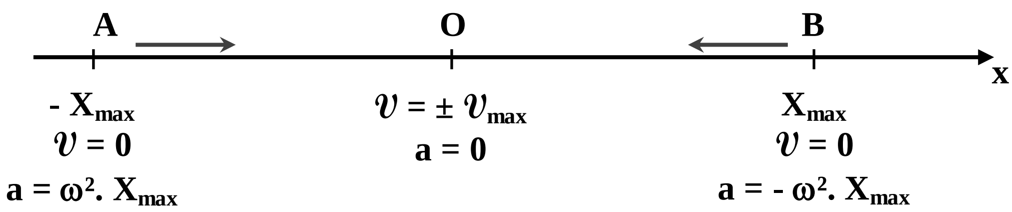
Primitive	Fonction	Dérivée
$-\frac{1}{a}.\cos(at + b)$	$\sin(at + b)$	$a.\cos(at + b)$
$\frac{1}{a}.\sin(at + b)$	$\cos(at + b)$	$-a.\sin(at + b)$

$\cos(\alpha) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$ $\qquad\qquad$ $\sin(\alpha + \pi) = -\sin(\alpha)$

$$x(t) = X_{max}\sin(\omega t + \varphi_x) = X_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_x)$$

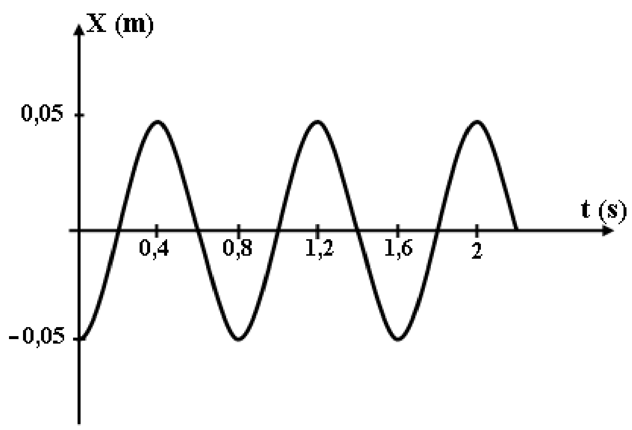
$$V(t) = V_{max}\sin(\omega t + \varphi_v) = \omega.X_{max}\sin(\omega t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$$

$$a(t) = a_{max}\sin(\omega t + \varphi_a) = \omega^2.X_{max}\sin(\omega t + \varphi_x + \pi)$$



Exercice n° 3 :

Un mobile **M** décrit un mouvement sinusoïdal sur un segment de droite **[AB]**. A l'instant **t = 0**, le mobile part de **A** sans vitesse initiale. L'équation horaire de son mouvement est $x(t) = X_{max}\sin(\omega t + \varphi)$. La figure ci-contre correspond au graphe de **x** en fonction du temps.



1) Déterminer à partir du graphe,

a. l'amplitude X_{max}.

b. la période **T** du mouvement ainsi que la pulsation ω.

c. la phase initiale φ du mouvement.

d. Quelle est la longueur du segment **[AB]** ?

2) **a.** Déterminer l'expression de la vitesse instantanée **v(t)** du mobile **M**.

b. Montrer que l'accélération **a(t)** et l'élongation **x(t)** du mobile **M** sont liées par la relation : $a(t) + \omega^2.x(t) = 0$.