Lycée Thélèpte	**Devoir de Contrôle n°1**	Prof : M. Abderrazek
A.S : 2010 – 2011	Epreuve : Mathématiques	Niveau : 4ème Sc.Exp
	Durée : 2 heures	

Exercice 1 : (4 pts)

Donner la réponse correcte.

1) Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$.

   a) $z^{100} = 2^{100}e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ b) $|z| = 1$ c) $1 + z + z^2 = 0$

2) $\lim_{x\to+\infty} x\sin\left(\frac{1}{x}\right) =$: a) 0 b) 1 c) $+\infty$

3) Toute suite convergente est bornée. a) vrai b) faux

4) La suite U définie par : $U_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

   a) U est divergente b) U converge vers 0 c) U converge vers 1.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit f la fonction représentée ci-dessous dans un repère orthonormé.

1) a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

   b) Etudier la continuité de f sur IR.

2) Que représente la droite (D) pour la courbe (C) de f ?

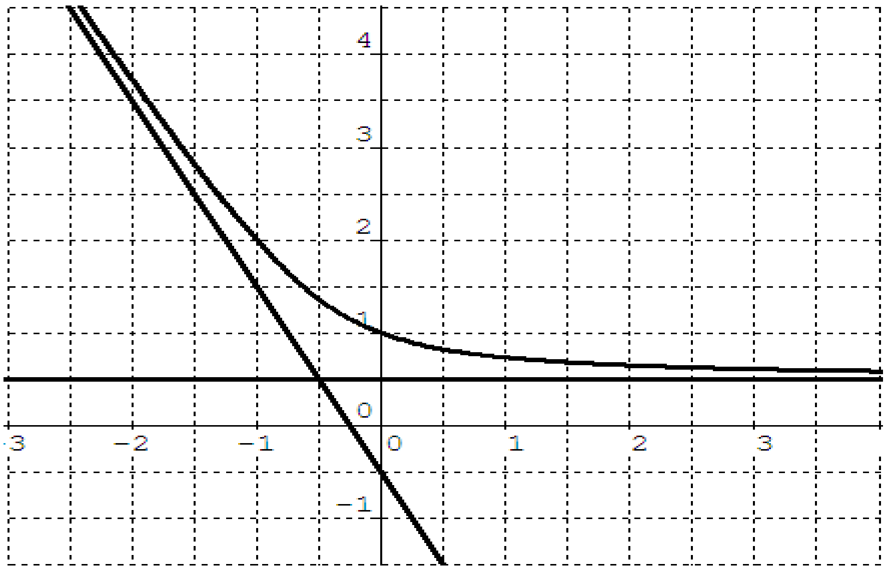
3) a) Déterminer $f(]-\infty, +\infty[)$.

   b) Montrer que l'équation f(x) = 2 admet une seule solution dans IR.

4) On pose $f(x) = -x + \sqrt{1 + x + x^2}$

   a) Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

   b) Montrer que la courbe (C) admet une asymptote oblique en $-\infty$.



Exercice 3 : (5 pts)

Soit U la suite définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$.

1) a) Montrer que $U_n \geq 1$ pour tout entier n.
   b) Etudier le signe de $U_{n+1} - U_n$.
   c)En déduire la monotonie de la suite U.
2) On considère la suite V définie par : $V_n = 3 + \frac{1}{-1+U_n}$.
   a) Montrer que V est une suite arithmétique de raison 1.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. Calculer leurs limites.
   c) On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_k$. Exprimer S_n en fonction de n puis Calculer sa limite.

Exercice 4 : (6 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

1) Montrer que $j^2 = \overline{j}$ et que $\frac{1}{j} = \overline{j}$
2) Calculer $1 + j + j^2$.
3) On pose $z_0 = 2j$ et A, B et C les points d'affixes respectives 2 , $2j$ *et* $2j^2$.
   a) Placer les points A, B et C dans $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
   b) Montrer que ABC est équilatéral.
4) Soient I et J les ponts d'affixes respectives $-2i$ et 1 et f l'application du plan dans lui-même définie par : A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{2-iz}{1-z}$
   a) Vérifier que $z' = \frac{i(z+2i)}{z-i}$.
   b) Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est réel.
   c) Exprimer $|Z'|$ à l'aide de IM et JM et déduire l'ensemble (Δ) des points M tel que $|Z'| = 1$.

Bon Travail