2011/2012

LYCEE IBN KHALDOUN BENGARDENE

3 SCIENCE

Mathématiques

DURÉE : 2H **Devoir synthèse n°01** **Prof : neji abdelkarim**

Exercice n°01 (4pts)

Choisir la bonne réponse pour chaque question .

1- On donne le tableau de variation de f :

x	-5		-3		0		3		5
$f(x)$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2

i- On est sûr que :

a-	b-	c-
$f(2)=0$	$f(2)>0$	$f(2)\in[-3,2]$

ii- Le minimum de f est :

a-	b-	c-
3	-3	-5

iii- L'équation $f(x)=0$ admet dans l'intervalle [-5, 5] :

a-	b-	c-
Une seule solution	Deux solutions exactement	Trois solutions exactement

iv-

a-	b-	c-
f est paire	$f([-3,5])=[-3,2]$	$f(-4)\leq f(4)$

Exercice n°02 (6pts)

Soit la fonction f definie par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{x+2} & \text{si } x < -1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+3} & \text{si } x\geq -1 \end{cases}$ et C_f sa courbe représentative

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Calculer $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$.Interpréter graphiquement les résultats obtenus

3) Etudier la continuité de f en (-1)

4) a- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b- Montrer que pour tout $x\in\left]-\infty,-1\right[$: $f(x)=2x-3+\dfrac{7}{x+2}$

c- Montrer que la droite Δ d'équation $y=2x-3$ est une asymptote oblique au voisinage de $(-\infty)$ pour C_f

d- Etudier la position relative de la courbe de f par rapport à Δ

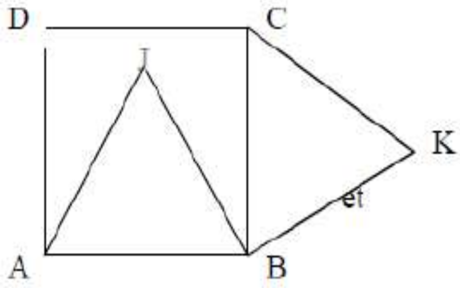
5) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b- Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $\sqrt{x^2+3}-x=\dfrac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}$

c- En déduire que la droite Δ' : $y=x$ est une asymptote oblique au voisinage de ($+\infty$) pour C_f

Exercice n°03 (4pts)

ABCD est un carré . ABJ et CBK sont des triangles équilatéraux tels que J est à l'intérieur du carré et K est à l'extérieur.



1) Déterminer la mesure principale de l'angle ($\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DJ}$)

2) Déterminer la mesure principale de l'angle ($\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DK}$)

3) Démontrer que les points D , J et K sont alignés.

4) DCE est un triangle équilatéral de sens direct

a – Déterminer une mesure de $\left(\overrightarrow{CE},\overrightarrow{BJ}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{BK}\right)$

et montrer que (CE) est perpendiculaire à (BK)

b – Déterminer une mesure de $\left(\overrightarrow{AK},\overrightarrow{BK}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CE},\overrightarrow{EB}\right)$

c – En déduire que (AK) est perpendiculaire à (BE)

Exercice n°04 (6pts)

On considère un parallélogramme ABCD tel que AB = 5 ; AD = 4 et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$.

I le milieu de $[AD]$ et H le projeté orthogonal de D sur (AB).

1) Calculer $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$.

2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et en déduire AH .

3) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = AD^2 - \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}$.

4)a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MD^2 = 2MI^2 + 8$.

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + MD^2 = 16$.