**Etudes des fonctions**

**Exercice 1**

Soit $g : x \mapsto \dfrac{2x^2 - 4x - 1}{x - 2}$

1) Déterminer D l'ensemble de définition de g
2) Déterminer les limites de f aux bornes de D
3) Soit a, b et c trois réels tels que $g(x) = ax + b + \dfrac{c}{x - 2}$

a) Calculer de deux manières différentes $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ et en déduire a.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 2} (x - 2)g(x)$ et déterminer c

c) Calculer $g(0)$ et déterminer b

d) Etudier le comportement asymptotique de la courbe représentative ζ de g

4) Dresser le tableau de variation de g
5) Montrer que I (2, 4) est un centre de symétrie de ζ
6) Tracer ζ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

**Exercice 2**

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ de courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1)Déterminer D l'ensemble de définition de f
2)Étudier les variations de f.
3)a) Démontrer que la droite Δ d'équation y = x − 1 est asymptote à (C) en $+\infty$.

b) Montrer que pour tout x de IR on a $x^2 - 2x + 2 > (x - 1)^2$

c) En déduire la position de C par rapport à Δ.

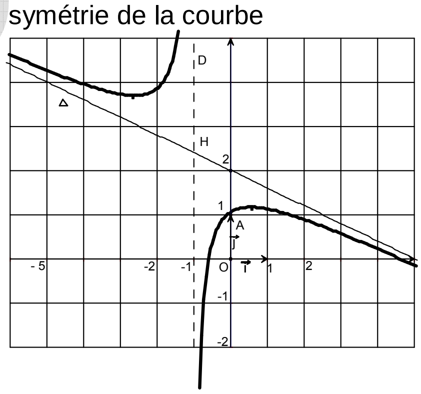
4) Montrer que la droite Δ' d'équation x = 1est un axe de symétrie de la courbe (C )
5)En déduire l'existence d'une asymptote oblique en $-\infty$.
6) Tracer les asymptotes, la droite Δ' et la courbe (C).

**Exercice 3**

La courbe ζ ci-dessous est celle d'une fonction f de type

$f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + d}$

a)Déterminer à l'aide du graphique les réels a, b, c et d, sachant que ζ passe par le point A(0,1) et qu'elle admet pour asymptotes les droites D et Δ .
b)Etudier les variations de f et préciser les extremums éventuels de f
c)Montrer que H est un centre de symétrie de la courbe




**Exercice 4**

Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x}{1 - x^2}$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1)a) Déterminer D l'ensemble de définition de f
b) Montrer que f est impaire et en déduire un ensemble E d'étude de f
c) Déterminer les limites de f aux bornes de E

d) Dresser le tableau de variations de f
e) Déterminer une équation de la tangente T à ζ au point d'abscisse 0
f) Etudier la position de la courbe ζ par rapport à la tangente T
g) Tracer ζ et T

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{|x|}{1-x^2}$

a)Montrer que g est paire
Tracer alors sa courbe $\Gamma$ de g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

**Q.C.M : Les suites**

1)Soit $u_n = (-\frac{3}{4})^n$ alors la suite $(u_n)$ :

a) est convergente
b) est divergente
c) admet 0 comme limite

2) Si une suite est majorée par 5 alors elle est :

a) majorée par 4
b) majorée par 6
c) minorée

3) Soit la suite $(v_n)$ définie sur IN* par $v_n = \dfrac{\sin n}{n}$ la limite de cette suite :

a) est 1
b) est 0
c) n'existe pas

4) Toute suite bornée est :

a) convergente
b) peut être convergente
c) divergente

5) La suite $u_n = \sqrt{3n + \frac{1}{2}}$ est :

a) croissante
b) décroissante
c) ni croissante, ni décroissante

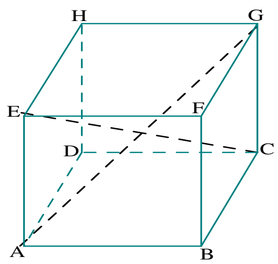
## Espace

**Exercice 1**

Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle tel que AB = 3 ; AD = 4 ; AE = 5

On pose : $\vec{i} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ , $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ , $\vec{k} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AE}$

1) Pourquoi $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace ?



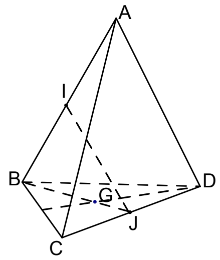
2) a) Déterminer les coordonnées des points C, E et G dans le repère $\left(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

b) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{CE}$.

3) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont orthogonaux

**Exercice 2**

ABCD est tétraèdre régulier d'arête a )chaque face est un triangle équilatéral de côté a.)




**1-** Calculer $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$ ; $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}$

**2-** Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

**3-** Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales, ainsi que les droites (AD) et (BC).4) a) Soit I est le milieu [AB] et J celui de [CD].

Vérifier que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

b) En déduire que la droite (IJ) est orthogonale aux droites (AB) et (CD).

5)

a) Soit G le centre du gravité du triangle BCD. Calculer $\overrightarrow{AG}\,.\,\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AG}\,.\,\overrightarrow{BD}$

b) Déduire que (AG) est la hauteur issue de A du tétraèdre ABCD.

( La hauteur issue de A est la perpendiculaire à (BCD) menée de A)

6) Soit O le point de l'espace vérifiant : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

a) Démontrer que les points A, O, G sont alignés. Calculer AG et AO.

b) Démontrer que O est le milieu du segment [IJ].

c) Calculer OB et OI.

d) Démontrer que O est équidistant des sommets du tétraèdre.

7) a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}\,.\,\overrightarrow{OB}$ de deux façons

( $\overrightarrow{OA}\,.\,\overrightarrow{OB} = \left\|\overrightarrow{OA}\right\| \times \left\|\overrightarrow{OB}\right\| \times \cos\left\{\widehat{AOB}\right\}$ et $\overrightarrow{OA}\,.\,\overrightarrow{OB} = (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA}).(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB})$ )

et en déduire une approximation de $\widehat{AOB}$ a en degré.

c) Démontrer que $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOA}$