| | | |
|---|---|---|
| **Lycée A.K Echebbi**<br>**2009-2010** | **Devoir de synthèse n°03 en mathématiques (2ème sciences)** | **Prof : Smairi.S et Bourokba.H**<br>**Durée : 2h** |

## Exercice 1 (4 points)

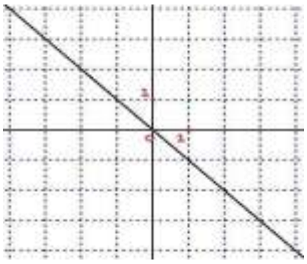
<u>Phrases :</u> a) Chaque point a pour abscisse 1.

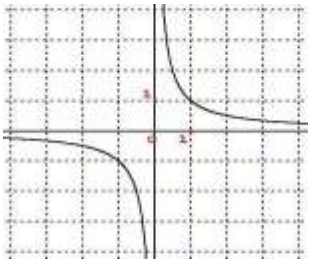
b) L'abscisse de chaque point est égal à l'opposé de son ordonnée.

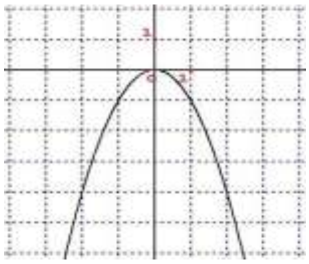
c) Le produit des coordonnées de chaque point vaut 1.

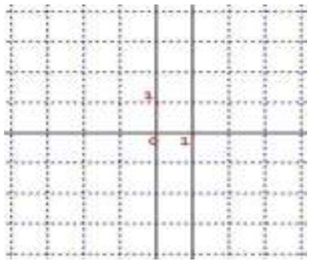
d) La somme entre le carré de l'abscisse et l'ordonnée de chaque point est nulle.

<u>Courbes :</u>


1


2


3


4

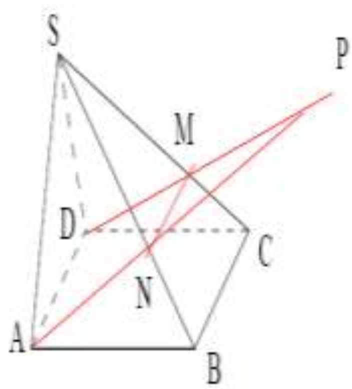
1) Chacune des phrases de a) à d) caractérise une des courbes de 1 à 4. Relier chaque phrase à sa courbe.

2) Donner une équation de chacune des courbes.

3) Déterminer parmi les courbes précédentes celle qui ne représente pas une fonction.

4) Déterminer parmi les courbes 1, 2 et 3 celle qui n'est pas définie sur $[-4; 4]$ .

## Exercice 4 (5 points)




Dans la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide de sommet $S$ et la base $ABCD$ est un parallélogramme, $M$ est un point de l'arête $[SC]$ distinct de $C$ et $N$ est un point de l'arête $[SB]$ distinct de $B$ tels que $(MN)$ est parallèle à $(BC)$ .

1) Montrer que les droites $(AD)$ et $(MN)$ sont parallèles.

2) Dans le plan $(ADMN)$ , les droites $(AN)$ et $(DM)$ se coupent en un point noté $P$ .

a) Montrer que le point $P$ appartient à chacun des plans $(SAB)$ et $(SDC)$ .

b) Pourquoi la droite d'intersection des plans $(SAB)$ et $(SDC)$ est-elle la droite $(SP)$ ?

3) Montrer que la droite $(AB)$ est parallèle au plan $(SDC)$ .

4) Démontrer que les droites $(AB)$ et $(SP)$ sont parallèles.

## Exercice 3 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

I)1) Placer les points $A(2;3)$, $B(3;6)$ et $C(6;3)$.

2) On considère l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points $M(x;y)$ du plan vérifiant $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 26 = 0$.

a) Montrer que $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre $I(4;4)$ et de rayon $r = \sqrt{5}$.

b) Vérifier que les points $A$, $B$ et $C$ sont sur le même cercle $(\mathcal{C})$.

c) Construire le cercle $(\mathcal{C})$.

II)1) Donner une équation cartésienne de la droite $(BC)$.

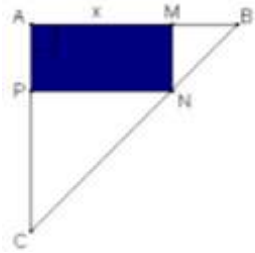
2) Soit $H$ le projeté orthogonal de $A$ sur la droite $(BC)$. Montrer que $AH = 2\sqrt{2}$.

3) On pose $AB = c$ ; $AC = b$ et $AH = h$. Démontrer que $bc = 2rh$.

## Exercice 2 (6 points)

Dans la figure ci-contre, $ABC$ est un triangle rectangle et isocèle en $A$ tel que $AB = AC = 6$,

$M$ un point de $[BC]$ et $P$ un point de $[AC]$ tels que $AMNP$ soit un rectangle.




On pose $AM = x$.

I)1) A quel intervalle $x$ doit-il appartenir ?

2)a) Justifier que $\frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC}$.

b) En déduire que $MN = 6 - x$.

3) En déduire que l'aire $f(x)$ du rectangle $AMNP$ est donnée par $f(x) = 6x - x^2$.

II)1) Montrer que pour tout réel $x$, $f(x) = -(x-3)^2 + 9$.

2) Etudier les variations de $f$ sur $[0;3]$ puis sur $[3;6]$.

3) Construire dans un repère orthonormé du plan la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction $f$.

III) En utilisant la courbe $\mathcal{C}$, répondre aux questions suivantes :

1) Pour quelle valeur de $x$, l'aire du rectangle $AMNP$ est-elle maximale ? Quelle est cette aire ?

2) Pour quelle valeur de $x$, l'aire du rectangle $AMNP$ soit supérieure ou égale à 8 ?