

Exercice n°1 : (3 points)

Sans justification .Donner l'unique bonne réponse.

Question	Réponses		
1) La forme exponentielle de $z = -2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est :	$2e^{i(\frac{\pi}{3}+\pi)}$	$2e^{-i\frac{\pi}{3}}$	$e^{-i2\frac{\pi}{3}}$
2) Si $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ et $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 1$ alors $\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ f)(x)$	n'existe pas	1	2
3) Une suite vérifie : $ U_n - 1 \leq \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$	U converge vers 0	U converge vers 1	On ne peut rien conclure

Exercice n°2 : (7 points)

Le plan est munie d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A, B et C d'affixes respectifs $Z_A = (\sqrt{3} - i)e^{i\frac{\pi}{3}}$, $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $Z_C = i$.

1) a) Ecrire $(\sqrt{3} - i)$ sous forme exponentielle puis déduire la forme exponentielle de Z_A .

b) Ecrire sous forme exponentielle Z_B puis $\frac{Z_A}{Z_B}$

c) Déduire que le triangle OAB est isocèle et rectangle en O.

d) Déterminer l'affixe du point D sous forme algébrique pour que OADB soit un carré.

2) A tout point M du plan d'affixe $Z \neq i$ on lui associe le point M' d'affixe $Z' = \frac{e^{-i\frac{\pi}{3}}z - (\sqrt{3} - i)}{z - i}$.

a) Montrer que : $Z' = e^{-i\frac{\pi}{3}} \left(\frac{z - Z_A}{z - Z_C} \right)$.

b) Déterminer l'ensemble des point M tel que $|Z'| = 1$.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x\sin x}{x^2+1} & \text{si } x > 0 \\ x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0.

2) a) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{1-x}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{1+x}{x^2+1}$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(\frac{1}{1-x}\right)$.

3) a) Etudier les variations de f sur $]-\infty, 0]$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]-\infty, 0]$ une unique solution α puis vérifier que : $-0,7 < \alpha < -0,6$.

Exercice n°4 : (5 points)

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2} \end{cases}$$

- 1) a) Montrer que tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $-1 \leq U_n \leq 2$.
- b) Montrer que U est croissante.
- c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite.

2) Soit la suite V définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$

- a) Montrer que V est géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et dont on précisera son premier terme ;.
- b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- c) Retrouver $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

Bon travail