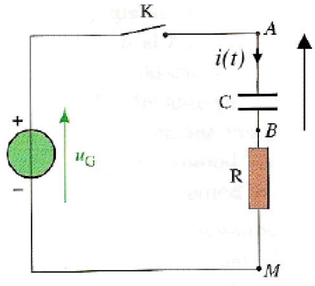
Exercices sur le dipôle RC

Exercice 1 Utiliser la loi d'additivité des tensions

On souhaite réaliser l'étude de la charge d'un condensateur initialement déchargé à l'aide du montage ci-contre.



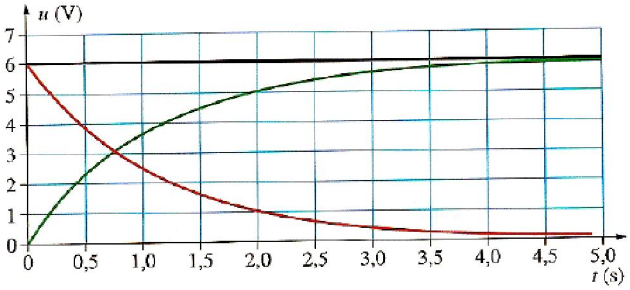
Un système d'acquisition permet d'acquérir simultanément la tension u_G aux bornes du générateur de tension continue, la tension u_{BM} aux bornes du conducteur ohmique de résistance R. A la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. Représenter sur le schéma les tensions u_{AB} et u_{BM}.

2. La masse du montage étant en M, représenter sur le schéma ci-contre les connexions à l'ordinateur permettant de visualiser les tensions u_G et u_{BM}.

3. Comment à l'aide du logiciel peut-on déduire de u_G et u_{BM} les variations de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur. Justifier.

4. On obtient sur l'écran de l'ordinateur le graphe ci-contre.



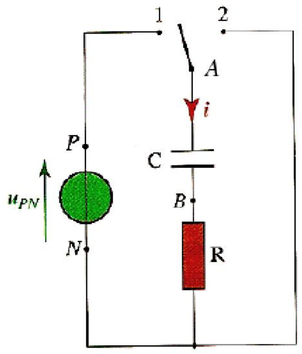
4.1 Associer à chaque courbe la tension qui lui correspond. Justifier.

4.2. A la date t = 2,0 s déterminer les valeurs des tensions u_G, u_{AB} et u_{BM}. Ces valeurs sont-elles cohérentes avec la loi d'additivité des tensions ?

4.3. En appliquant la loi d'Ohm, justifier le sens du courant dans le circuit ainsi que le signe des charges accumulées sur armatures du condensateur.

Exercice 2 Repérer la charge et la décharge d'un condensateur : détermination de la capacité.

On réalise le montage du document ci-contre comportant un dipôle RC. On étudie les variations de la tension aux bornes du condensateur ainsi que les variations de l'intensité du courant dans le circuit lors de la charge, puis lors de la décharge du condensateur.



Le condensateur est initialement déchargé.

A la date $t = 0$, l'interrupteur est basculé en position 1. Un dispositif informatisé permet d'acquérir simultanément la tension u_{AB} aux bornes du condensateur et u_{BN} aux bornes du conducteur ohmique.

Le condensateur étant complètement chargé, on bascule l'interrupteur en position 2 et le dispositif informatisé acquiert alors à nouveau simultanément les tensions u_{AB} et u_{BN}. On appellera également $t = 0$ la date du début de la décharge du condensateur.

Données : u_{PN} = 6,0 V ; $R = 2000\ \Omega$.

1. Indiquer, en justifiant la réponse, laquelle de ces tensions u_{AB} ou u_{BN} représente à un coefficient près :

a. la charge q_A de l'armature A du condensateur.

b. l'intensité i du courant.

2. Etablir la relation entre i et u_{AB} à une date t quelconque.

3. Après traitement des acquisitions obtenues à la charge et à la décharge, on obtient les 4 graphes A, B, C et D. représentés ci-après. En vous aidant si nécessaire, des conditions initiales de charge ou de décharge, de la loi d'Ohm, de la loi d'additivité des tensions, de la relation établie en 2 ou de la continuité de la tension aux bornes du condensateur, justifier quel est le graphe qui correspond :

a. à la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la décharge ;

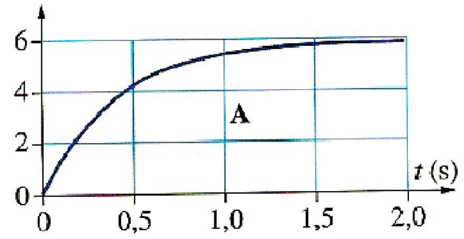
b. à la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la charge ;

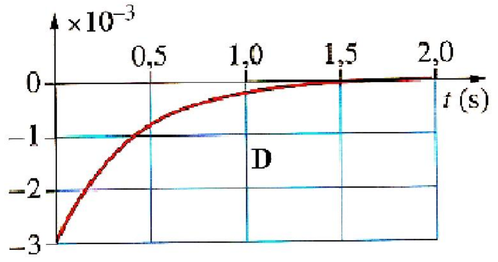
c. à l'intensité i du courant dans le circuit lors de la charge ;

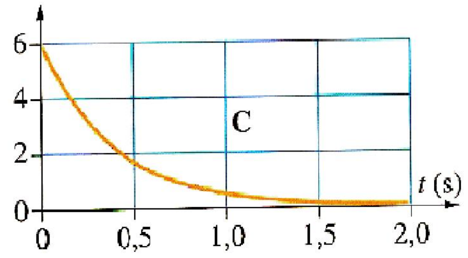
d. à l'intensité i du courant dans le circuit lors de la décharge.

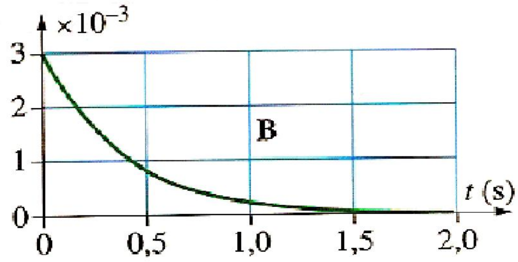
On précisera les unités utilisées sur les axes des ordonnées des graphes, en s'appuyant sur des données ou sur un calcul.

4. Déterminer la capacité C du condensateur.



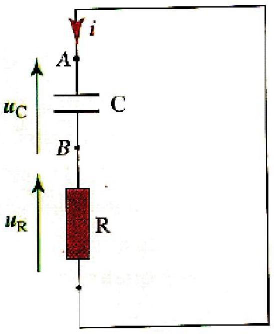






Exercice 3 Décharge d'un condensateur dans une résistance : établissement de l'équation différentielle ; dissipation d'énergie.

Un condensateur, chargé depuis un temps très long sous une tension de $E = 6,0$ V est placé dans le circuit ci-contre. A la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur (non représenté sur le schéma).



Données : $R = 2000\ \Omega$: $C = 200\ \mu$F.

1. Quelle est la valeur de la charge initialement emmagasinée par l'armature A du condensateur. Placer sur le schéma, les signes des charges déposées sur les armatures.

2. Calculer l'énergie initialement emmagasinée par le condensateur.

3. Etablir une relation entre les tensions u_C et u_R .

4. Etablir la relation entre i et u_C à partir des relations charge-intensité et charge-tension.

5. Etablir l'équation différentielle vérifiée par u_C (t).

6. On propose comme solution de l'équation différentielle $u_C(t) = A \exp (- t / \tau)$. Etablir les expressions de A et τ en fonction de R, C et E.

7. Calculer la constante de temps τ du dipôle RC.

8. Etablir l'expression de i en fonction du temps t, de E, de R et de C.

9. Quelle est en mA, la valeur de $i(0)$? Interpréter le signe de $i(0)$?

10. Quelle sont les limites de u_C et de i lorsque t tend vers l'infini.

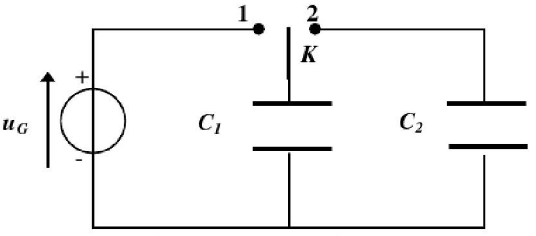
11. Tracer les allures des courbes représentant u_C (t) et $i(t)$ pour t variant entre $-\infty$ et $+\infty$. Quelles sont les particularités des fonctions u_C (t) et $i(t)$ au passage par la date $t = 0$s?

12. Déterminer l'énergie dissipée par le condensateur ? Sous quelle forme s'est-elle dissipée à votre avis ? Comment peut-on expliquer la particularité que présente $u_C(t)$ au passage par la date $t = 0$ s.

Exercice 4 Décharge d'un condensateur dans un autre condensateur

Le circuit ci-contre comprend en parallèle deux condensateurs 1 et 2 initialement déchargés de capacités respectives $C_1 = 1,0\ \mu$F et $C_2 = 3,0\ \mu$F et un générateur de tension continue délivrant à ses bornes une tension $u_G = 12,0$ V.

On charge dans un premier temps le condensateur 1 en plaçant l'interrupteur K en position 1. Puis on place l'interrupteur en position 2. On admet que dans cette opération, il n'y a pas de perte de charges électriques.



1. Calculer la charge Q_1 portée par le condensateur 1 à la fin de sa charge puis l'énergie E_1 qu'il a emmagasiné.

2. A la fin du processus de décharge un état d'équilibre électrique est atteint. Calculer dans ces conditions :

a. la tension U aux bornes des deux condensateurs.

b. les charges finales Q'_1 et Q'_2 portées par les condensateurs 1 et 2.

c. l'énergie totale E emmagasinée par le système des deux condensateurs.

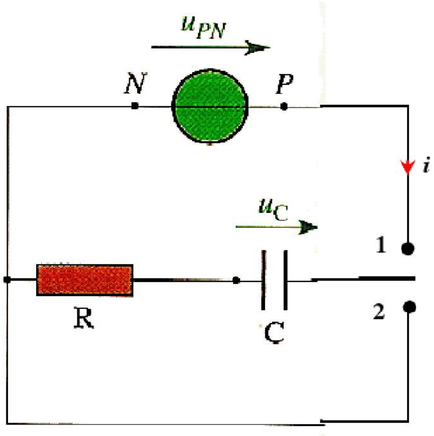
3. Comparer E à E_1. Interpréter.

Exercice 5 Etude énergétique de la charge d'un condensateur

On réalise le montage de la figure ci-contre dans le but d'étudier les transferts d'énergie lors de la charge du condensateur d'un dipôle RC.

Initialement en position 2 pendant un temps suffisant, le commutateur est basculé en position 1 à la date $t = 0$.

Grâce à un système informatisé, on réalise l'acquisition de la tension u_C aux bornes du condensateur.



Données : $R = 2000\ \Omega$; $C = 400\ \mu F$

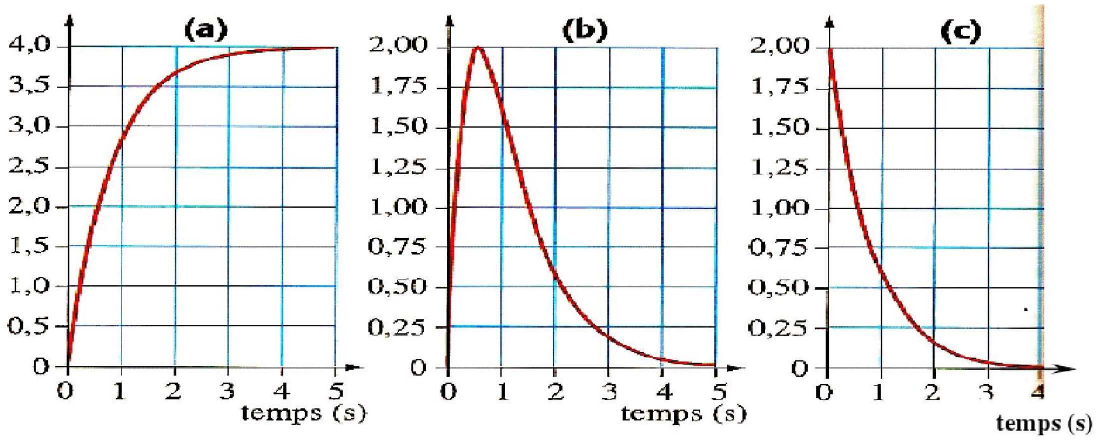
1. Un logiciel de traitement de données permet, à partir de la tension $u_C(t)$, de tracer $i(t)$ puis la puissance $P(t)$ électrique transférée au condensateur.

1.1. Quelle relation existe-t-il entre $i(t)$ et $u_C(t)$?

1.2. Quelle est la relation permettant au logiciel de calculer $P(t)$, à partir de $i(t)$ et $u_C(t)$?

1.3. L'énergie acquise $E_e(t)$ par le condensateur au cours du temps peut être calculée par la relation : $E_e(t) = \int_0^t P(t')\,dt'$. Montrer que $E_e(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$.

2. Le document ci-après représente trois courbes sans indications de la grandeur représentée en ordonnées.

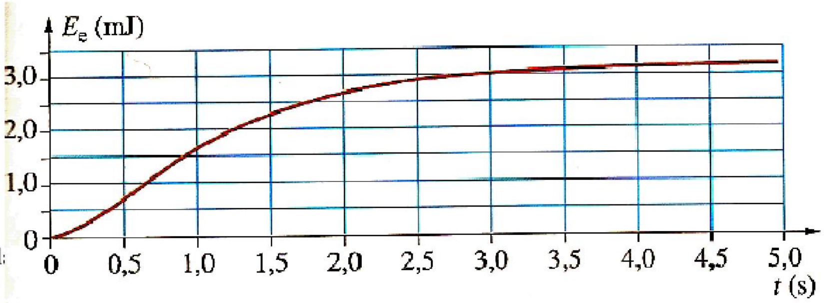


2.1. Attribuer à chacune des grandeurs $u_c(t)$, $i(t)$ et $P(t)$, la courbe qui lui correspond et préciser les unités employées sur les axes des ordonnées des graphes $i(t)$ et $P(t)$ sachant que sur le graphe $u_c(t)$ la tension est exprimée en volt. Justifier.

2.2. Indiquer sur le graphique approprié comment on pourrait déterminer graphiquement l'énergie emmagasinée par le condensateur à la date $t = 2{,}0$ s.

2.3. Déterminer graphiquement la constante de temps τ du condensateur et comparer à la valeur théorique.

3. Le document ci-contre représente l'évolution temporelle de l'énergie E_e emmagasinée par le condensateur

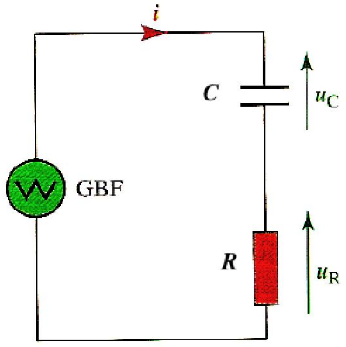


3.1 Sachant que l), expliquer l'allure du graphe $P(t)$.

3.2. Déterminer graphiquement la valeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsque la charge est terminée.

3.3. Calculer à partir des données l'énergie finale emmagasinée par le condensateur . Comparer les deux valeurs obtenues.

Exercice 6 Tension triangulaire aux bornes d'un condensateur



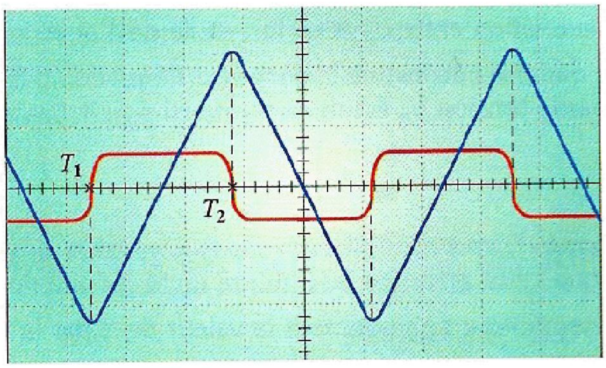
On a réalisé le montage ci-contre et l'on visualise sur l'écran d'un oscilloscope :

- la tension u_C aux bornes du condensateur de capacité C (tension triangulaire) sur la voie 2
- la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique de résistance R = 1,0 kΩ. sur la voie 1.

On obtient l'oscillogramme ci-après.

1. Indiquer les connexions du montage à l'oscilloscope pour visualiser les tensions u_C et u_R : on indiquera la masse du montage et l'on indiquera quelle voie il faudra « inverser » (changement de u en - u).

2. Quelle relation existe-t-il entre l'intensité i du courant dans le circuit et la tension u_R ?



3. Quel est l'intérêt de visualiser la tension u_R ?

4. Quelle est l'expression de l'intensité i du courant en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur ?

5. On s'intéresse à l'intervalle de temps $[T_1 ; T_2]$.

5.1. Comment évolue $u_C(t)$ sur cet intervalle de temps ?

5.2. Calculer $\dfrac{du_C}{dt}$.

5.3. Justifier la forme de l'oscillogramme de $u_R(t)$.

5.4. Calculer la valeur de l'intensité i du courant.

5.5. Calculer la capacité du condensateur.

6. Justifier le changement de signe de i après la date T_2.

Données

- Sensibilité verticale : voie 1 : 0,5 V/DIV ; voie 2 : 2 V/DIV
- Sensibilité horizontale : 1 ms/DIV.

Exercice 7 : stockage d'énergie : le flash électronique

L'énergie libérée en un temps très bref par l'éclair d'un flash est au préalable stockée dans un condensateur de grande capacité, chargé par quatre piles en série équivalente à un générateur de f.é.m. U = 6V. Elles peuvent fournir une énergie totale e = 18 kJ lorsqu'elles sont neuves.

*On admettra que pour un fonctionnement optimal, la **moitié de cette énergie est transférable** au condensateur. Au-delà, les piles doivent être changées.*

Le mode d'emploi du flash Minolta 5400 HS indique, pour une alimentation par quatre piles alcalines de type AA :

Autonomie (en nombre d'éclairs)	Temps de recharge après un éclair (en secondes)
100 à 3500	0,2 à **11**

L'autonomie indique le nombre d'éclairs possibles avant de changer de piles. La durée de l'éclair peut être limitée par un circuit électronique, ce qui explique les fourchettes de données.

Les indications en gras correspondent à des éclairs d'intensité lumineuse et de durée maximales, résultant de la décharge du condensateur.

1. En utilisant les données du mode d'emploi, calculer la valeur de l'énergie libérée par un éclair d'intensité lumineuse et de durée maximales.

2. En déduire la capacité C du condensateur qui a été chargé sous la tension constante U' = 300 V qui est une tension amplifiée grâce à un dispositif électronique approprié.

3. En utilisant les données du mode d'emploi, donner un ordre de grandeur de la constante de temps du circuit de charge.

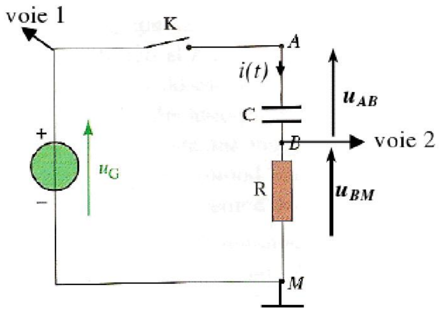
4. En déduire l'ordre de grandeur de la résistance à travers laquelle s'est chargé le condensateur.

CORRECTION

Corrigés des exercices sur le dipôle RC

Corrigé de l'exercice 1 Utiliser la loi d'additivité des tensions

1 et 2. Pour les tensions u_{AB} et u_{BM} et les connexions à l'interface d'acquisition voir figure ci-contre.



3. La loi d'additivité des tensions donne : $u_G = u_{AB} + u_{BM}$. On peut donc, à l'aide du logiciel de traitement de données compatible avec l'interface (par exemple Généris associé à l'interface ESAO 4), tracer $u_{AB} = u_G - u_{BM}$.

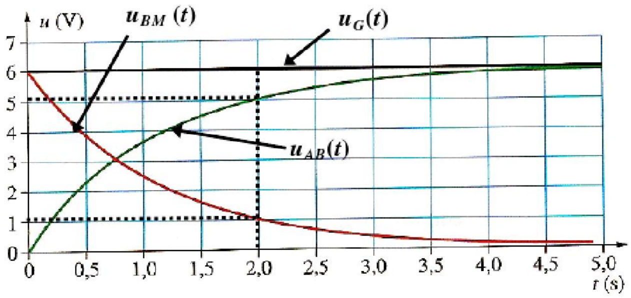
4.1. Le condensateur est déchargé à la date $t = 0$: donc $u_C(0) = 0$ V. La seule courbe qui passe par l'origine des abscisses représente $u_c(t)$ (cf schéma). D'autre part la tension u_G étant constante, sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses (cf schéma).

La troisième courbe (décroissante) correspond nécessairement à $u_{BM}.(t)$.

4.2. On lit sur le graphe $u_{BM}.(t = 2\text{ s}) = 1{,}0$ V ; $u_{AB}(t = 2\text{ s}) = 5{,}0$ V et $u_G.(t = 2\text{ s}) = 6{,}0$ V . Ces valeurs sont cohérentes avec la loi d'additivité des tensions :

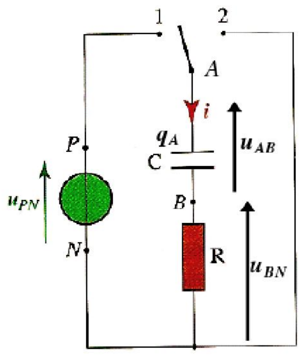
$$u_{BM}.\,(t = 2\text{ s}) + u_{AB}\,(t = 2\text{ s}) = u_G\,(t = 2\text{ s}) = 6{,}0\text{ V}$$

4.3. D'après la loi d'Ohm, appliquée en convention récepteur, on a $i(t) = u_{BM}(t)/ R$. On en déduit que $i(t)$ est positif car $u_{BM}(t)$ est positif d'après le graphique et que R est positif. Le courant circule donc dans le sens positif qui oriente le circuit. Les électrons circulant dans le sens opposé au sens du courant sont arrachés à l'armature A, initialement neutre (condensateur déchargé) et déposées sur l'armature B initialement neutre également : donc $q_A > 0$ et $q_B < 0$.



Corrigé de l'exercice 2 Repérer la charge et la décharge d'un condensateur : détermination de la capacité.

1.a et b. D'après la loi d'Ohm en convention récepteur on a à tout instant : $u_{BN} = R.i$. Ce qui donne : $i = u_{BN}/R$. La tension u_{BN} représente donc, au coefficient multiplicatif $1/R$ près, l'intenité i du courant.



D'autre part, la relation charge-tension pour le condensateur en convention récepteur donne à tout instant : $q_A = C.u_{AB}$. Donc u_{AB} représente donc au coefficient multiplicatif près C la charge q_A portée par l'armature A.

2. la relation charge-intensité en convention récepteur pour un condensateur, s'écrit : $i = \dfrac{dq_A}{dt}$. En tenant compte de la relation $q_A = C.u_{AB}$, on en tire en remplaçant q_A par son expression dans la relation charge intensité :

$$i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{d(Cu_{AB})}{dt} = C\,\frac{du_{AB}}{dt}$$

3.a. **Tension u_{AB} à la décharge** : la tension étant continue aux bornes du condensateur on a $u_{AB}(0^+) = u_{AB}(0^-)$.

Or $u_{AB}(0^-) = u_{PN} = 6{,}0$ V : en effet, d'après la loi d'additivité des tensions, on a $u_{PN} = u_{AB}(0^-) + u_{BN}(0^-)$; le condensateur étant complètement chargé à la date 0^- (cf énoncé), la tension $u_{AB}(0^-)$ ne varie pas à cette date, donc

$i(0^-) = C\,\dfrac{du_{AB}}{dt}(t = 0^-) = 0$ A. Il en résulte que d'après la loi d'Ohm : $u_{BN}(0^-) = R\ i(0^-) = 0$ V. On en déduit donc

bien que $u_{AB}(0^-) = u_{PN} = 6{,}0$ V . d'où, en tenant compte de la continuité de u_{AB} , $\boldsymbol{u_{AB}(0^+) = u_{PN} = 6{,}0}$ **V**. La seule courbe dont l'ordonnée à l'origine est 6 est donc **la courbe C qui représente la tension u_{AB} à la décharge** et **l'axe des ordonnées du graphe C est gradué en volts.**

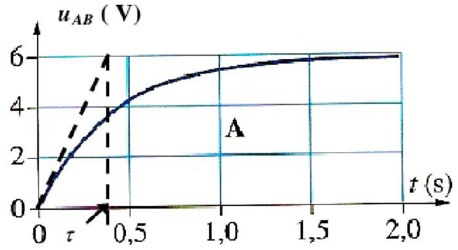
3.b. **Tension u_{AB} à la charge**

Le condensateur étant initialement déchargé, on a $u_{AB}(0^+) = 0$ V (date $t = 0^+$ = début de la charge). **La tension u_{AB} à la charge correspond donc à la courbe A (axe des ordonnées en V)**

3.c. **Intensité i à la charge**
La loi d'additivité des tensions appliquée au début de la charge ($t = 0^+$) donne : $u_{PN} = u_{AB}(0^+) + u_{BN}(0^+)$. Or $u_{AB}(0^+) = 0$ V. Donc $u_{BN}(0^+) = u_{PN} = 6{,}0$V. On en déduit d'après la loi d'Ohm : $i(0^+) = u_{BN}(0^+)/R = 6{,}0/2000 = +3{,}0.10^{-3}$A. **C'est donc la courbe B qui correspond à i. (axe des ordonnées gradué en A).**

3.d. **Intensité i à la décharge** : pendant la décharge, la tension aux bornes du dipôle RC est nulle. Donc $u_{AB}(0^+) + u_{BN}(0^+) = 0$. On en déduit que $u_{BN}(0^+) = -6{,}0$ V.

D'après la loi d'Ohm, on a $i(0^+) = u_{BN}(0^+)/R = -6{,}0 / 2000 = -3{,}0.10^{-3}$ A. **La courbe D correspond donc à l'intensité i lors de la décharge (axe des ordonnées gradué en A).**



4. Déterminons la constante de temps par la méthode de la tangente à l'origine en utilisant la courbe $u_{AB}(t)$ à la charge par exemple. On lit graphiquement la constante de temps : $t = 0{,}36$ s. On en déduit $C = \tau / R$.
D'où : $C = 0{,}36 / 2000 =$ **$1{,}8.10^{-4}$ F.**

Corrigé de l'exercice 3 Décharge d'un condensateur dans une résistance : établissement de l'équation différentielle ; dissipation d'énergie.

1. $q_A(0) = C.u_C(0) = 200.10^{-6}.6{,}0 =$ **$1{,}2.10^{-3}$ C**

2. $E(0) = \frac{1}{2} C\, u_C^2(0) = \frac{1}{2}\, 200.10^{-6} .6{,}0^2 = 3{,}6.10^{-3}$ J = 3,6 mJ.

3. La tension aux bornes du dipôle RC est nulle à la décharge. On en déduit, d'après la loi d'additivité des tensions, qu'à tout instant : $\boldsymbol{u_C + u_R = 0}$

4. On montre facilement (cf cours) que : $i = C \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

5. **Equation différentielle** : En utilisant la loi d'Ohm $u_R = R.i$, la relation $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ et la loi d'additivité des tensions $u_C + u_R = 0$, on obtient :

$$u_C + R.C.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0.$$

6. Traduisons que la fonction $u_C(t) = A \exp(-t/\tau)$ est solution de l'équation différentielle.

Calculons pour cela la dérivée de u_C : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}\exp(-t/\tau)$. Ce qui donne en remplaçant la dérivée par son expression dans l'équation différentielle : $A \exp(-t/\tau) + R.C\left(-\dfrac{A}{\tau}\exp(-t/\tau)\right) = 0.$

On en déduit que quelque soit t : $A\left(1 - \dfrac{R.C}{\tau}\right)\exp(-t/\tau) = 0$. Deux possibilités :

- $A = 0$: ce qui donne $u_C = 0$ quelque soit t , solution qui correspond à un condensateur non chargé initialement : c'est donc une solution inacceptable dans le cas présent.
- $1 - \dfrac{R.C}{\tau} = 0$: ce qui donne $\boldsymbol{\tau = R.C}$

En tenant compte de la **condition initiale** $u_C(0) = E$, on obtient $\boldsymbol{A = E}$.

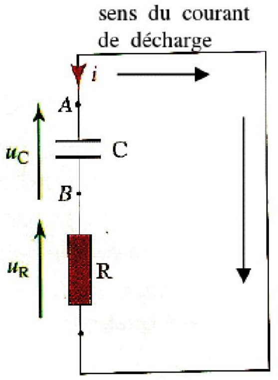
On a donc $\boldsymbol{u_C(t) = E \exp(-t/R.C)}$

7. $\tau = R.C = 2000 \times 200.10^{-6} =$ **0,4 s.**

8. La relation intensité tension pour un condensateur en convention récepteur donne : $i(t) = C.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{E}{R.C}\exp(-t/R.C)$. On en déduit : $i(t) = -\dfrac{E}{R}\exp(-t/\tau)$.

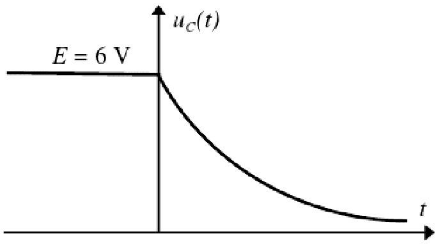
9. $\mathbf{i(0)} = -\dfrac{E}{R} = -\dfrac{6{,}0}{2000} = -3{,}0.10^{-3}$ A = **- 3,0 mA.** Le signe négatif de l'intensité à la date $t = 0$ montre que le courant de décharge circule dans le sens opposé au sens + choisi sur le circuit (cf figure ci-contre).

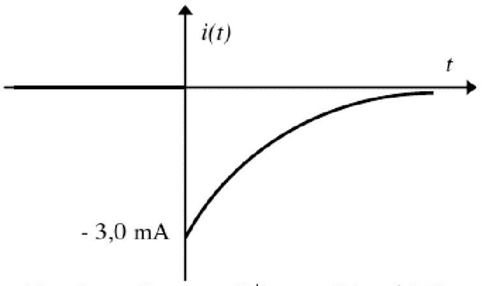


10. $u_C(t) = E \exp(-t/RC)$. Donc $u_C(t)$ tend vers 0 V quand t tend vers l'infini.

$i(t) = -\dfrac{E}{R}\exp(-t/\tau)$. Donc $i(t)$ tend également vers 0 A quand t tend vers l'infini.

11.





Au passage par la date $t = 0$ s, la fonction $u_C(t)$ **est continue** $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 6{,}0$ V :

Au passage par la date $t = 0$, la fonction $i(t)$ est par contre discontinue $i(0^-) = 0$ et $i(0^+) = -3{,}0$ mA $(i(0^-) \neq i(0^+))$.

12. L'énergie emmagasinée par le condensateur à la date $t = 0$, a pour expression :

$$E_C(0) = \frac{1}{2} C\, u_C^2(0) = \frac{1}{2}\, 200.10^{-6} \times 36 = 3{,}6.10^{-3}\ \text{J} = 3{,}6\ \text{mJ}.$$

Lorsque t tend vers l'infini, l'énergie emmagasinée tend vers 0 J car u_C tend vers 0 V (question 10) : la décharge est alors terminée.

Donc l'énergie dissipée est égale à $E_C(0) - E_C(\infty) = 3{,}6$ mJ.

On peut expliquer la continuité de u_C à la date $t = 0$ s de la façon suivante : la dissipation d'énergie ne peut être instantanée car la puissance dissipée serait infinie. Donc l'énergie emmagasinée ne peut subir de discontinuité, il en est donc de même de la tension u_C car E est proportionnelle à u_C^2.

Corrigé de l'exercice 4 Décharge d'un condensateur dans un autre condensateur

1. A la fin de la charge la tension aux bornes du condensateur 1 vaut u_G. On en déduit :

$$Q_1 = C_1\, u_G = 1{,}0.10^{-6} \times 12 = 1{,}2.10^{-5}\ \text{C}.$$

L'énergie emmagasinée est : $\boldsymbol{E_1} = \dfrac{1}{2} C_1\, u_G^2 = 0{,}5 \times 1{,}0.10^{-6} \times 12^2 = \mathbf{7{,}2.10^{-5}\ J}$

2.a. Comme il n'y a pas de fuites de charges électriques, on peut écrire $Q_1 = Q'_1 + Q'_2$ où Q'_1 et Q'_2 sont les charges électriques portées par 1 et 2 dans l'état d'équilibre électrique final atteint à la fin de la décharge. En tenant compte du fait que $Q'_1 = C_1 U$ et $Q'_2 = C_2 U$, on obtient : $Q_1 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2).U$. On en déduit que :

$$U = \frac{Q_1}{C_1 + C_2} = 1{,}2.10^{-5} / (4{,}0.10^{-6}) = \mathbf{3{,}0\ V}$$

2.b. On en déduit : $Q'_1 = C_1 U = 1{,}0.10^{-6} \times 3{,}0 = \mathbf{3{,}0.10^{-6}\ C}$ et $Q'_2 = Q_1 - Q'_1 = 1{,}2.10^{-5} - 3{,}0.10^{-6} = \mathbf{9{,}0.10^{-6}\ C}$.

2.c. L'énergie emmagasinée par l'ensemble des deux condensateur dans l'état final est :

$$E = E'_1 + E'_2 = \frac{1}{2} C_1 u_G^2 + \frac{1}{2} C_2 u_G^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).u_G^2 = 0{,}5.\times 4{,}0.10^{-6} = 2{,}0.10^{-6}\ \text{J}$$

3. On constate que E est inférieur à E_1. Il y a donc perte d'énergie lors de la décharge du condensateur. Cette perte d'énergie est due à une dissipation d'énergie par effet joule dans les fils de connexion qui relient 1 et 2.

Corrigé de l'exercice 5 Etude énergétique de la charge d'un condensateur

1.1. C'est la relation intensité-tension en convention récepteur pour le condensateur : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

1.2. $P(t) = u_C(t).i(t)$ relation vue en 1[ière] S et valable en régime variable.

1.3. $E_e(t) = \int_0^t P(t')\,\mathrm{d}t' = \int_0^t u_C(t').i(t')\,\mathrm{d}t' = \int_0^t u_C(t').(C\dfrac{du_C}{dt})\,\mathrm{d}t' = \int_0^t C.u_C(t').\dfrac{du_C}{dt}\,\mathrm{d}t'$.

Or $u_C(t').\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t'} = \dfrac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}u_C^2\right)}{\mathrm{d}t'}$. On en déduit $E_e(t) = \int_0^t C.\dfrac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}u_C^2\right)}{dt'}\mathrm{d}t' = \int_0^t \dfrac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}C\,u_C^2\right)}{dt'}\mathrm{d}t' = \frac{1}{2}\left[Cu_C^2(t')\right]_0^t$

On en déduit que : $E_e(t) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t) - \frac{1}{2}Cu_C^2(0) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t)$ car $u_C(0) = 0$ V (le condensateur est initialement déchargé).

2.1. La courbe **a** correspond à $u_c(t)$ car c'est la seule courbe croissante à partir de la valeur 0 (état initial déchargé) tendant vers une valeur asymptotique (charge complète du condensateur).
La courbe **c** correspond à $i(t)$ car c'est la seule courbe pour laquelle l'ordonnée à l'origine est maximale : en effet, à la date $t = 0$, la pente de la courbe $u_C(t)$ étant maximale, $i(0) = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(0)$ est maximale.

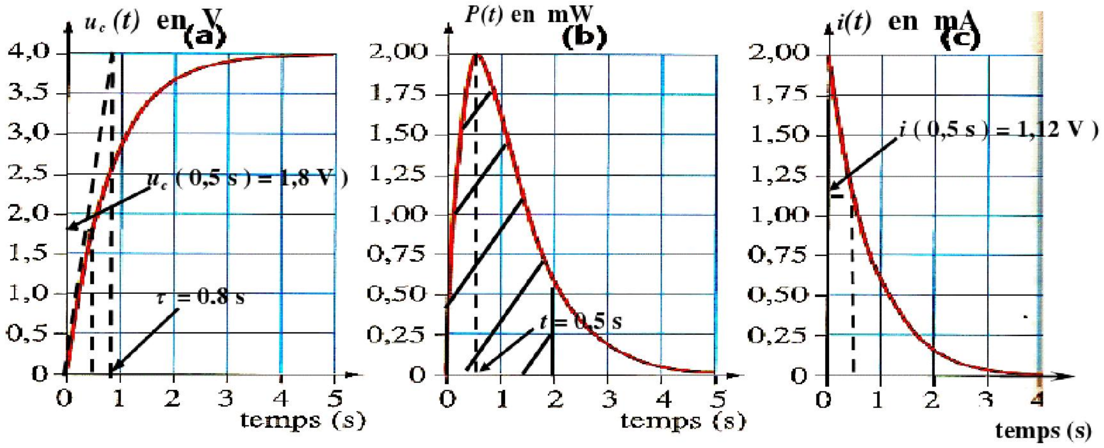
Par élimination la courbe **b** représente les variation de P.

Unités sur l'axe des ordonnées de la courbe *i(t)*.

Calculons $i(0)$. A la date $t = 0$ (début de la charge), la loi d'additivité des tensions s'écrit : $u_C(0) + u_R(0) = u_{PN}$.. En tenant compte que $u_C(0) = 0$ V (condensateur déchargé à la date $t = 0$, on en déduit : $u_R(0) = u_{PN}$. Que vaut u_{PN} ? Pour le trouver, on raisonne de la façon suivante : au bout d'un temps suffisamment long $u_R = 0$ (car $i = 0$ A graphique c) et $u_C = u_{PN} - u_R = u_{PN} = 4{,}0$ V (d'après la loi d'additivité des tensions et par lecture graphique sur la courbe a). On en déduit que $u_R(0) = 4{,}0$ V. D'après la loi d'Ohm $i(0) = u_R(0) / R = 4{,}0 / 2000 = 2{,}0.10^{-3}$ A = 2,0 mA. **L'axe des ordonnées est donc gradué en mA.**

Unités sur l'axe des ordonnées de la courbe *P(t)*

La courbe $P(t)$ passe par un maximum à la date $t = 0{,}5$ s . $P(0{,}5\text{ s}) = u_C(0{,}5\text{ s}).\,i(0{,}5\text{ s})$. Par lecture graphique sur les courbes **a** et **c,** on obtient $u_C(0{,}5\text{ s}) = 1{,}8$ V et $i_C(0{,}5\text{ s}) = 1{,}12$ mA .On en déduit : $P(0{,}5) = 1{,}8 \times 1{,}12 = 2{,}0$ mW. **L'axe des ordonnées donc gradué en mW.**



2.2. L'énergie emmagasinée à la date $t = 2$ s est l'intégrale définie de la fonction $P(t)$ entre les dates 0 et 2 s. Elle peut être déterminée graphiquement en calculant **l'aire sous la courbe *P(t)* entre les abscisses *t* = 0 et *t* = 2 s** (aire hachurée sur la graphe **b**.

2.3. La constante de temps peut-être déterminée graphiquement :

- soit par la méthode de la tangente à l'origine sur le graphe $u_c i(t)$ ou sur le graphe $i(t)$.
- soit par la méthode du 63 % sur la courbe $u_C(t)$ ou par la méthode du 37 % sur la courbe $i(t)$.

Par lecture graphique on peut lire $\tau = 0{,}8$ s sur la courbe **a**. Ce qui correspond bien à la valeur théorique :

$$\tau = R.C = 2000 \times 400.\ 10^{-6} = 0{,}8 \text{ s.}$$

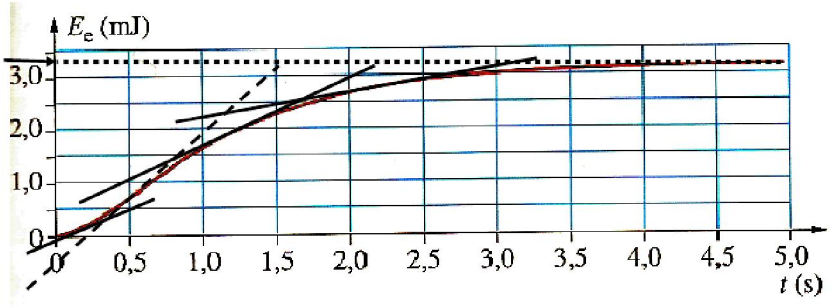
3.1 $P(t)$ étant la dérivée de $E_e(t)$, elle représente le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse t à la courbe E_e (t). On a tracé sur le graphe $E_e(t)$ diverses tangentes à la courbe et l'on constate que lorsque t croît à partir de 0, le coefficient directeur de la tangente croît à partir de la valeur 0, passe par un maximum pour t = 0,5 s (tangente en pointillés sur le graphe ci-après) puis décroît jusqu'à tendre vers 0 pour des valeurs suffisamment élevées de t. Les variations analysées sont donc tout à fait en accord avec le graphe $P(t)$, ce qui justifie son allure.

3.2. La valeur de l'énergie emmagasinée lorsque la charge est terminée est la valeur asymptotique de $E_e(t)$ que l'on peut lire graphiquement sur l'axe des ordonnées : **E_e (finale)= 3,3 mJ**.

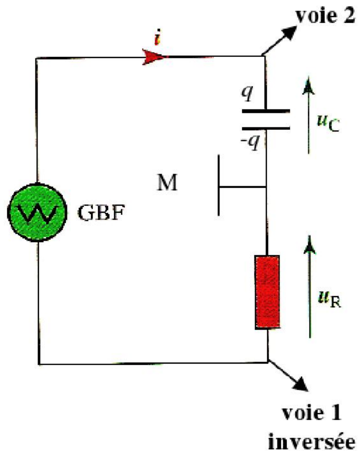
3.3. L'énergie finale emmagasinée a pour expression $E_e\text{(finale)} = \frac{1}{2} C u_C^2(finale)$ avec u_c(finale) = 4,0 V.

Numériquement : $E_e\text{(finale)} = \frac{1}{2}\,400.10^{-6} \times 4{,}0^2 = 3{,}2.10^{-3}$ J. Les deux valeurs sont très voisines ce qui cohérent.

E_e (finale) = 3,3 mJ



Correction de l'exercice 6 tension triangulaire aux bornes d'un condensateur



1. La masse M du montage est à la jonction du conducteur ohmique et du condensateur (cf figure). La connexion à la voie 2 permet de visualiser la tension u_C, mais par contre la connexion à la voie 1 visualise la tension - u_R : **il faut donc inverser la voie 1** pour visualiser u_R représentée sur le schéma.

2. La relation entre i et u_R est $u_R = R\, i$ (loi d'Ohm en convention récepteur).

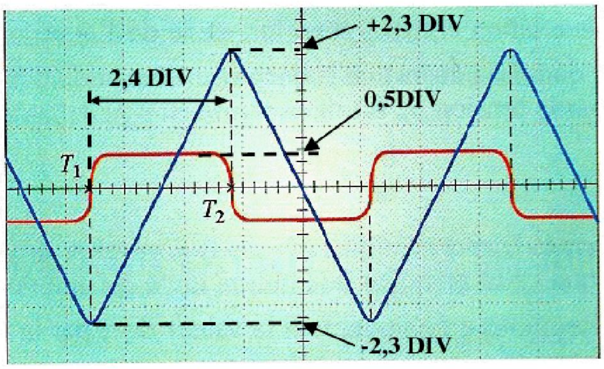
3. La tension u_R **visualise au coefficient multiplicatif 1/*R* près l'intensité *i* du courant**.

4. La relation entre i et u_C est : $i(t) = C.\frac{d\,u_C}{d\,t}$. (relation charge-intensité qu'il faut savoir démontrer à partir des relations charge-intensité ($i = \frac{d\,q}{d\,t}$) et de la relation charge-tension ($q = C.u$).

5.1. Dans l'intervalle de temps [T_1 ; T_2], la tension u_C est une fonction affine de t.

5.2. $\frac{d\,u_C}{d\,t}$ est le coefficient directeur de la droite représentative de u_c(t) dans l'intervalle [T_1 ; T_2].

En observant la figure et en tenant compte de la sensibilité verticale sur la voie 2 (2V/DIV) et de la sensibilité horizontale (1ms/DIV), on obtient :



$$\frac{d\,u_C}{d\,t} = \frac{(2{,}3 - (-2{,}3)) \times 2}{2{,}4 \times 10^{-3}} = 3{,}8.10^{3} \text{ V.s}^{-1}$$

5.3. Dans l'intervalle de temps [T_1 ; T_2], La dérivée de u_C étant constante, l'intensité $i = C.\frac{d\,u_C}{d\,t}$ est également constante et il en est de même de $u_R = R.i$, ce qui explique que le graphe u_R est un segment de droite parallèle à l'axe des temps.

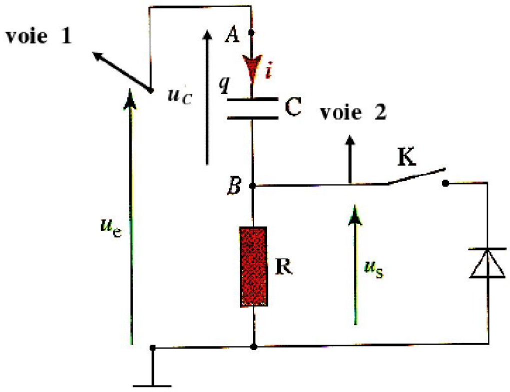
5.4. D'après la loi d'Ohm : $i = \frac{u_R}{R} = \frac{0{,}5\,(\text{DIV})\text{x}\,(0{,}5\ \text{V/DIV})}{1{,}0.10^3} = 2{,}5.10^{-4}$ A = **0,25 mA**.

5.5. $C = \frac{i}{\frac{d\,u_C}{d\,t}} = \frac{2{,}5.10^{-4}}{3{,}8.10^3}$ = **$0{,}66.10^{-7}$ F = 66 nF**

6. $i = C.\frac{d\,u_C}{d\,t}$ change de signe après T_2, car $\frac{d\,u_C}{d\,t}$ change brutalement de signe à la traversée de la date T_2.

Corrigé de l'exercice 7 Tension en créneaux appliquée à un dipôle RC

1. Connexions (cf figure).



2.1. Le condensateur se chargeant pendant l'intervalle de temps [0, $T/2$], la charge q augmente et il en est donc de même de u_C . La loi d'additivité des tensions donne : $u_e = u_C + u_S$ = cste dans [0, $T/2$]. Donc u_C augmentant, $u_S = R.i$ doit diminuer et tend vers 0 (car u_C tend vers u_e) , donc **i diminue au cours du temps dans** [0, $T/2$] et tend vers 0 A

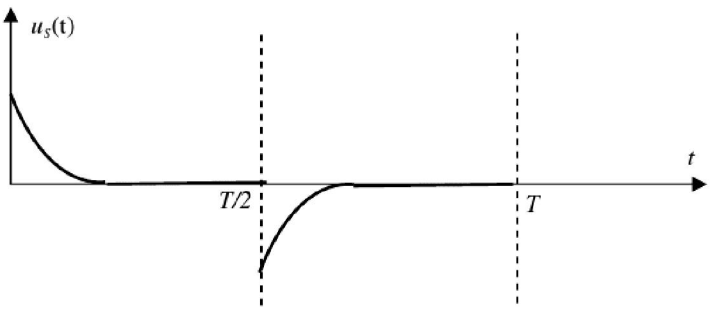
$u_S(0) = u_e(0) - u_C(0)$. Le condensateur étant initialement déchargé, on a $u_C(0) = 0$. Il en résulte que **$u_S(0) = u_e(0) = 5{,}0$ V**

2.2. $\tau = R.C = 2{,}2.10^3 \times 10.10^{-9} = 2{,}2.10^{-5}$ s .

La période $T = 1/f = 10^{-3}$ s. On en déduit : $\frac{\tau}{\frac{T}{2}} = \frac{2{,}2.10^{-5}}{5.10^{-4}}$ $4{,}4.10^{-2}$

On en déduit que $T/2 \approx 22\ \tau$.. On en conclut qu'au bout d'une demi-période $T/2$, le condensateur est complètement chargé ($T/2 > 5\ \tau$)

2.3. On en déduit l'allure de $u_S(t)$ dans [0, $T/2$]

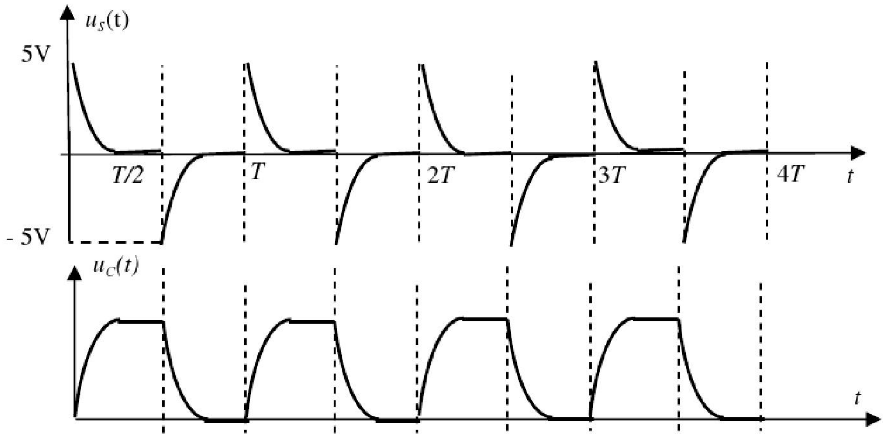


3.1. La loi d'additivité des tensions donne : $u_e(T/2^+) = u_C(T/2^+) + u_S(T/2^+) = 0$ V. On en déduit que : $u_S(T/2^+) = -u_C(T/2^+)$. La continuité de u_C donne $u_C(T/2^+) = u_C(T/2^-) = 5{,}0$ V.

On en déduit que : **$u_S(T/2^+) = -5{,}0\text{V} < 0$.** D'autre part, comme le condensateur se décharge dans l'intervalle de temps [$T/2$; T]., u_C diminue et sachant que $u_S(t) = -u_C(t)$, il en résulte **que u_S augmente dans l'intervalle [$T/2$; T].**

3.2. Voir schéma complété ci-avant. Qui se déduit de la question 3.1.

3.3. et 3.4.



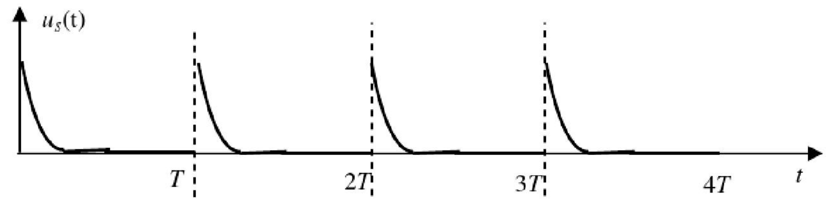
B. On ferme l'interrupteur *K*

La diode est supposée idéale ce qui signifie qu'elle se comporte comme un fil sans résistance lorsqu'elle est passante ;

4. La diode est bloquée si u_S (t) > 0 V. La diode est passante si $u_S = 0$ V.

Pour $0 < t <$ T/2 on a $u_e = 5{,}0$ V et $u_S > 0$ V: la diode est bloquée et se comporte comme un interrupteur ouvert. La tension u_S présente donc les mêmes variations que dans le circuit du paragraphe A.

Pour $T/2 < t < T$ $u_e = u_R + u_C = 0$ V (le dipôle RC est alors en court-circuit) et u_C étant positif , u_R ne peut être que négatif : la diode est donc passante et, comme elle est idéale, la tension à ses bornes est nécessairement nulle et donc la tension $u_S = 0$. On a alors une tension u_S dite **redressée** dont les variations sont données ci-après sur l'intervalle [0, 4T].



Exercice 8 : stockage d'énergie : le flash électronique

1. 100 éclairs d'intensité lumineuse et de durée maximale, correspondent à une énergie emmagasinée de 18/2 = 9,0 kJ. Un éclair d'intensité et de durée maximale libère donc une énergie de 9,0.10^3 / 100 = 90 J si l'on suppose que l'énergie emmagasinée par le condensateur est intégralement transformée en énergie lumineuse.

2. L'énergie E emmagasinée par le condensateur sous une tension U vaut : $E = \frac{1}{2}C\ U'^2$.On en déduit :

$$C = 2\,E / U'^2 = 2 \text{ x } 90 / 300^2 = \mathbf{2{,}0.10^{-3}\ F = 2{,}0\ mF}$$

3. La constante de temps τ du circuit de charge est telle que $5\,\tau = 11$ s. D'où $\boldsymbol{\tau}$ **= 11/5 = 2,2 s.**

4. D'après la relation $\tau = R.C$, on déduit : $R = \tau / C = 2{,}2 / (2{,}0.10^{-3}) = 1{,}1.10^3\ \Omega = 1{,}1$ kΩ.

Exercice 9 : principe de fonctionnement d'une minuterie

I – Étude du circuit RC

1. Pour les connexions voir schéma.

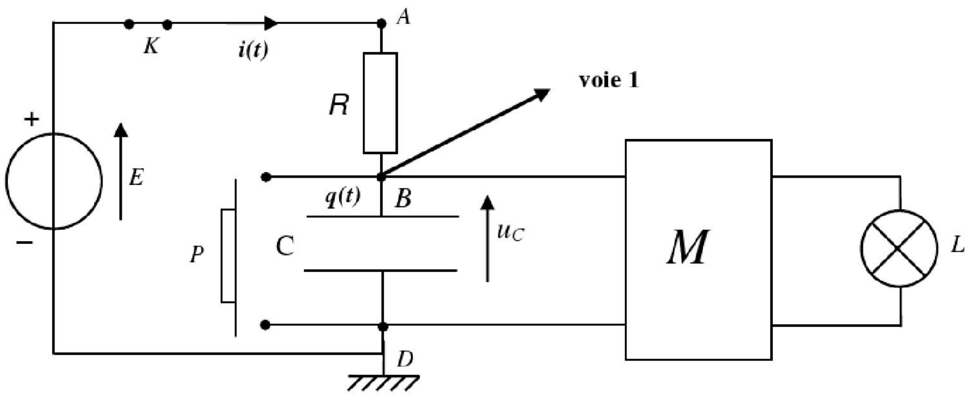
2. D'après la loi d'additivité des tensions:

$E = u_{AB} + u_{BD}$

Soit :

$E = u_R + u_C$

Loi d'Ohm: $u_R = R.i$



Orientons le circuit (cf schéma) et écrivons les diverses relations du condensateur en convention récepteur. Les relations du condensateur s'écrivent : $i = \frac{dq}{dt}$ (relation charge intensité) ; $q = C.u_C(t)$ (relation charge-tension)

La combinaison des deux relations précédentes donne : $i = \frac{d\,(C.u_C\,(t))}{dt}$. Ce qui donne $i = C.\frac{du_C(t)}{dt}$ (car C est une constante). En tenant compte de la loi d'additivité, on obtient : $\boldsymbol{E = R.C.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)}$ **,** équation différentielle de la charge du condensateur.

3.a. $u_C(t) = \mathrm{A}\,(1 - e^{-t/\tau}) = \mathrm{A} - \mathrm{A}.e^{-t/\tau}$ La dérivée de u_C s'écrit : $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-t/}$ Insérons, ces expressions dans l'équation différentielle. Il vient : $E = R.C.\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau} + \mathrm{A} - \mathrm{A}.e^{-t/\tau}$. On obtient : $(E - \mathrm{A}) + (A - \frac{AR.C}{\tau})..e^{-t/\tau} = 0$ quelque soit t.

Pour que cette égalité soit vérifiée, il faut et il suffit que : $\boldsymbol{A = E}$ et $A\,(1 - \frac{R.C}{\tau}) = 0$ soit $\frac{RC}{\tau} = 1$ (car A est différent de 0) . On obtient donc : $\boldsymbol{\tau = R.C}$

3.b. L'équation différentielle établie est : $E = R.C.\,\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$.

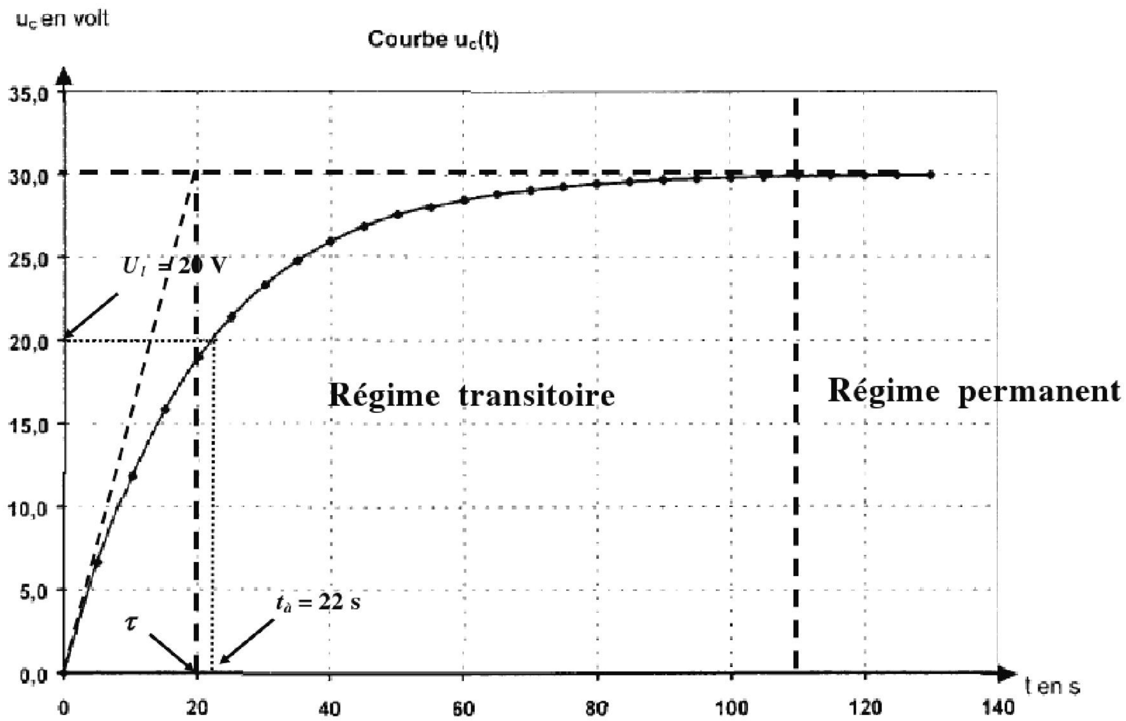
En régime permanent, $u_C(t)$ est constante, donc $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$. Il vient $E = u_C(t)$. Donc $\boldsymbol{u_C = 30}$ **V**.

3.c. τ est appelée constante de temps. Analyse dimensionnelle : loi d'Ohm $R = \frac{U}{I}$ Relation charge tension : C = Soit

$[\mathrm{R}\times\mathrm{C}] = \frac{[U]}{[I]}\frac{[Q]}{[U]} = \frac{[Q]}{[I]}$. Or $\mathrm{I} = \frac{Q}{\Delta t}$ soit $[\mathrm{I}] = [\mathrm{Q}].[\mathrm{T}]^{-1}$. D'où : $[\mathrm{R}\times\mathrm{C}] = [\mathrm{T}]$. **RC est donc homogène à un temps.**

τ s'exprime en secondes (s).

4.



5. $\tau = \mathrm{R.C}$

$\tau = 100\times10^{3}\times 200\times10^{-6} = \mathbf{20{,}0\ s}$

6.a. La date t_o est définie par la relation : $u_C(t_0) = U_l = E.(1 - e^{-t_0/\tau})$ On en déduit : $\frac{U_l}{E} = 1 - e^{-t_0/\tau}$

Il en résulta que : $e^{-t_0/\tau} = 1 - \frac{U_l}{E} = \frac{E-U_l}{E}$ Il vient : $\frac{t_0}{\tau} = \ln\left(\frac{E}{E-U_l}\right)$. D'où : $\boldsymbol{t_0 = \tau . \ln\left(\frac{E}{E-U_l}\right)}$

6.b. Application numérique : $t_0 = 20{,}0 \times \ln\left(\frac{30}{30-20}\right) = \mathbf{22\ s}$ Graphiquement, on vérifie que pour $t = t_0$ on a bien $u_C = U_L$ (cf construction sur le graphe ci-avant).

6.c. D'après le graphe de $uc(t)$, uc varie « très peu » dans la partie où $t_0 >> \tau$. La comparaison entre uc et U_l devient imprécise, ainsi l'allumage de la lampe n'aura pas la même durée à chaque fois.

7. t_0 étant proportionnel à τ, si l'on augmente R ou C, alors τ augmente. La durée d'allumage de la lampe augmente.

Constante de temps d'une minute: $\tau = R.C$ soit $R = \frac{\tau}{C}$ $R = \frac{60}{200.10^{-6}} = \mathbf{3.10^2\ k\Omega}$

8.a) Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir, on court-circuite le condensateur (décharge instantanée), alors $u_C = 0$ V.
On a $u_C < U_l$.
- Si la lampe est déjà allumée: la lampe reste allumée, et on a ainsi remis la minuterie à zéro.
- Si la lampe est éteinte, elle s'allume.

II –Méthode d'Euler

1. L'équation différentielle établie est : $E = RC.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$. On en déduit : $E - u_C(t) = RC.\frac{du_C(t)}{dt}$

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{RC}.(E - u_C(t))$ soit $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{20{,}0} \times (30 - u_C(t))$

2. **Par hypothèse :** $\frac{\Delta u_C(t)}{\Delta t} = \frac{u_C(t+\Delta t) - u_C(t)}{\Delta t} \approx \frac{du_C(t)}{dt}$. On en déduit $- u_C(t + \Delta t) - u_C(t) = \frac{du_C(t)}{dt}.\Delta t$. D'où :

$$u_C(t + \Delta t) = u_C(t) + \frac{du_C(t)}{dt}.\Delta t$$

3.

① $u_C(2) = u_C(0) + \left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_0 .\Delta t$

$u_C(2) = 0 + 1{,}50 \times 2 = \mathbf{3{,}00\ V}$

③ $u_C(4) = u_C(2) + \left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_2 .\Delta t$

$u_C(4) = 3{,}00 + 1{,}35 \times 2 = \mathbf{5{,}70\ V}$

t (s)	0	2	4	6	8	10	12	…	20
u_C (t)	0	**3,00**	**5,70**	8,14	10,3	12,3	14,1	…	19,6
$\left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)$	1,50	**1,35**	**1,22**	1,09	0,99	0,89	0,80	…	0,52

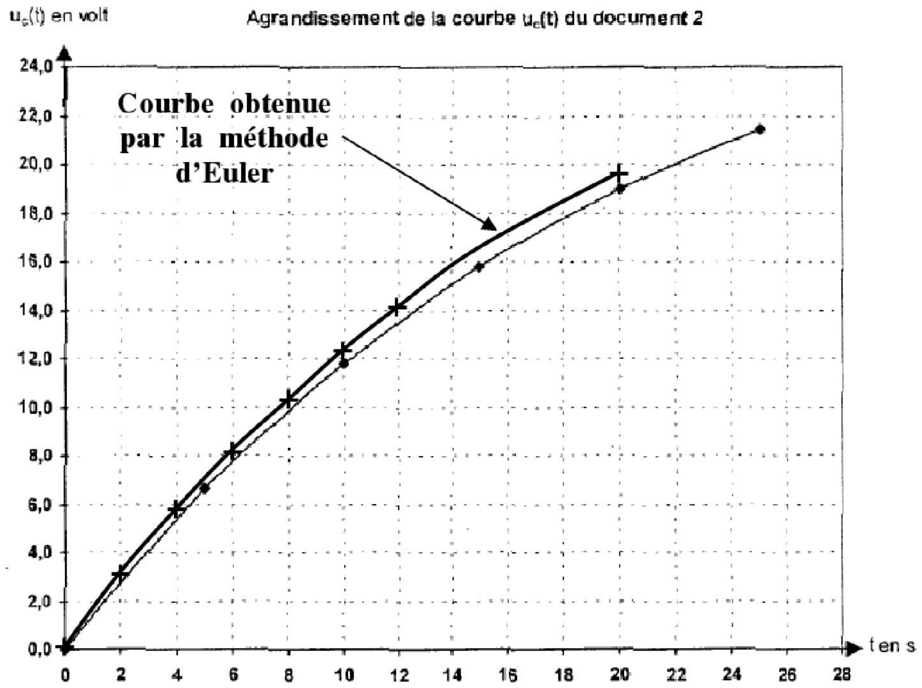
② $\left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_2 = \frac{1}{20{,}0} \times (30 - u_C(2))$

$\left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_2 = \frac{1}{20{,}0} \times (30 - 3{,}00) = \mathbf{1{,}35\ V.s^{-1}}$

④ $\left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_4 = \frac{1}{20{,}0} \times (30 - u_C(4))$

$\left(\frac{du_C(t)}{dt}\right)_4 = \frac{1}{20{,}0} \times (30 - 5{,}70) = \mathbf{1{,}22\ V.s^{-1}}$

3. La courbe tracée en utilisant la méthode d'Euler est assez proche de la courbe expérimentale. Les valeurs calculées sont cependant légèrement supérieures aux valeurs expérimentales.



4. Pour améliorer la précision de la méthode d'Euler, il faut **diminuer la valeur du pas Δt**, mais cela présente l'inconvénient de devoir faire **plus de calculs**.