BERHIMA WASSIM

« Quand les lois mathématiques s'appliquent à la réalité, elles ne sont pas exactes, et quand elles sont exactes, elles ne s'appliquent pas à la réalité » Albert Einstein

Série N° 02 :

Généralités sur les Fonctions

Exercice 1 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) - 2f(-x) = x^6 - 2x^2$

1- Montrer que f est paire
2- Déterminer $f(x)$

Exercice 2 :

Soit $f(x) = 3(2x+5)^2 - 4$

1- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) \geq -4$
2- Montrer que $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$ $f(a) - f(b) = 12(a+b+5)(a-b)$
3- Etudier la monotonie de f sur $]-\infty, -\frac{5}{2}]$ et $[-\frac{5}{2}, +\infty[$

Exercice 3 :

On donne la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{2x^2+8x+9}$

1- Vérifier que pour tout réel x, $2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$
2- En déduire la domaine de définition D de f
3- Montrer que pour tout réel x de D, $f(x) + 1 \geq 0$
En déduire que -1 est le minimum de f sur D. Pour quelle valeur est-il atteint ?
4- Montrer que $\frac{1}{2}$ est un majorant de f sur D.

Exercice 4 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - \dfrac{2x^2+1}{x^4+2}$

1) Déterminer son ensemble de définition
2) Etudier la parité de f ; que peut-on déduire pour sa représentation graphique ?
3) Démontrer que f est minorée par 0 et majorée par 1
4) 0 est-il le minimum de f ? 1 est-il le maximum de f ?

Exercice 5 :

Soit la fonction f définie sur $[-3, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x+3}{x+5}$

1) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x+5}$
2) Démontrer que f est croissante sur $[-3, +\infty[$
3) a) Démontrer que f admet un minimum, le préciser
b) Démontrer que f admet un majorant, le préciser
c) En déduire que f est borné et indiquer un encadrement de $f(x)$